線形代数学第１ー中間試験問題ー

電子情報学類１年生（１組）　　　平成２３年度前期ー 2011.5.25 ー

1. 次のベクトル，行列の計算を行え．計算が不可能な場合は「計算不可」と答えること．

$$(a)\ \begin{bmatrix} 1 & -2 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ -3 \end{bmatrix} \quad (b)\ \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \end{bmatrix} \quad (c)\ \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 0 \\ 4 & 0 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$(d)\ \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -3 & -4 & 1 \end{bmatrix} \quad (e)\ \begin{bmatrix} 2 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & -3 & 1 \end{bmatrix} \quad (f)\ \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

2.　次の連立方程式をガウスの前進消去と後退代入により解け.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

3. 次の行列を LDU に分解せよ.

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

4. 次の行列の逆行列を *Gauss-Jordan* 法により求めよ.

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -2 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

5. 行列 $\boldsymbol{A}$ においてガウスの前進消去を行って得られる行列を $\boldsymbol{U}$ とする．$\boldsymbol{U}$ において零の行が生じるとき，$\boldsymbol{A}$ の行ベクトルの間にはどのような関係があるか示せ（$\boldsymbol{A}$ の行ベクトルを $\boldsymbol{a}_1$，$\boldsymbol{a}_2$，$\boldsymbol{a}_3$ とし，これらの間にどのような関係があるかを示す．結果のみでよい）
また，そのような行列 $\boldsymbol{A}$ の例（3×3 行列）を示し，ガウスの前進消去を行い，行列 $\boldsymbol{U}$ において零の行が生じることを示せ.

6. 式 (1) で与えられる行列 $\boldsymbol{E}_{ij}$ の逆行列が式 (2) となることを示せ。但し，$i \neq j$ であり，$\boldsymbol{Z}_{ij}$ は第 i 行第 j 列の要素 z_{ij} のみが非零であり，他の要素は全て零であるとする。

$$\boldsymbol{E}_{ij} = \boldsymbol{I} + \boldsymbol{Z}_{ij} \quad (1)$$

$$\boldsymbol{E}_{ij}^{-1} = \boldsymbol{I} - \boldsymbol{Z}_{ij} \quad (2)$$

7. $\boldsymbol{A}$，$\boldsymbol{B}$ の全ての要素が零でないとする．このとき，$\boldsymbol{AB} = \boldsymbol{0}$ となる $\boldsymbol{A}$，$\boldsymbol{B}$ の例（2×2 行列）を求めよ．但し，$\boldsymbol{A} \neq \boldsymbol{B}$ とする.