平成28年度前期
電子情報工学科(5年生)

人工知能
期末試験問題
60点満点

2015. 9. 21

＜注意事項＞
- 教科書，資料等の持ち込み不可
- 電卓使用可
- 解答は分数(既約)または小数(有効数字3桁)で示す.

問題1(5点×4題＝20点)

次の2頁に示す，○と□を分離する2層ニューラルネットワークに関して以下の問に答えよ.

① 式(1)，(2)の直線($u_1 = 0, u_2 = 0$)と境界データの距離が最大となるようにw_{ji}を決めよ．但し，$w_{12} = w_{22} = 1$とする.

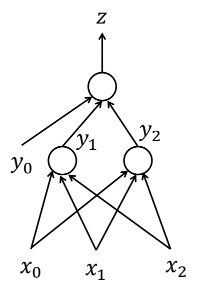
② ①で求めたw_{ji}を用いたとき，入力データ(□，○)に対するy_1, y_2を求めて，プロットせよ(横軸：y_1，縦軸：y_2)．□と○で表示する.

③ 式(3)の直線($v = 0$)と境界データの距離が最大となるようにw_jを決めよ．但し，$w_2 = 1$とする.
この直線を②で用いた座標軸上で図示せよ.

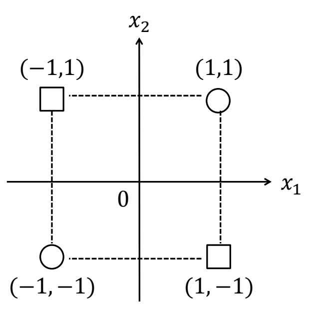
④ ①と③で求めたw_{ji}, w_jを用いたとき，入力データに対するzの値を求めよ.

2層ニューラルネットワークの回路図の方程式

$$u_1 = w_{10}x_0 + w_{11}x_1 + w_{12}x_2 \cdots (1)$$
$$u_2 = w_{20}x_0 + w_{21}x_1 + w_{22}x_2 \cdots (2)$$
$$x_0 = 1, y_0 = 1$$
$$y_j = f(u_j) = \begin{cases} 1, & u_j > 0 \\ -1, & u_j < 0 \end{cases}$$
$$v = w_0y_0 + w_1y_1 + w_2y_2 \cdots (3)$$
$$z = f(v) = \begin{cases} 1, & v > 0 \\ -1, & v < 0 \end{cases}$$



データの分布と境界線



＜解答例＞

① 式(1)，(2)と$u_1 = 0, u_2 = 0$より

$$x_2 = -\frac{w_{11}}{w_{12}}x_1 - \frac{w_{10}}{w_{12}} \cdots (1)'$$
$$x_2 = -\frac{w_{21}}{w_{22}}x_1 - \frac{w_{20}}{w_{22}} \cdots (2)'$$

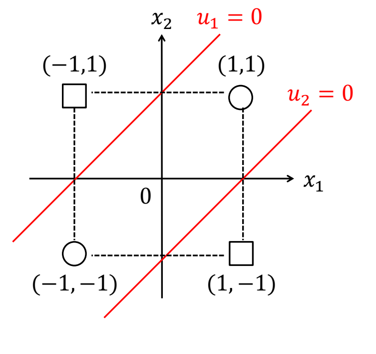
グラフ(次頁)より

$$x_2 = x_1 + 1 \cdots (1)''$$
$$x_2 = x_1 - 1 \cdots (2)''$$

式$(1)', (1)''$及び$(2)', (2)''$，及び，$w_{12} = w_{22} = 1$より

$$w_{11} = -1, w_{10} = -1$$
$$w_{21} = -1, w_{20} = 1$$

データの分布と境界線



②，④

①より

$$u_1 = -1 - x_1 + x_2$$
$$u_2 = \ \ 1 - x_1 + x_2$$

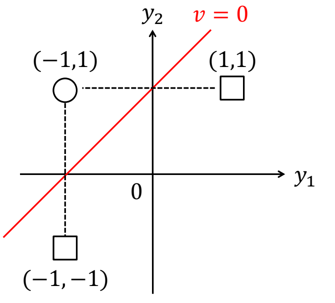
③より

$$v = -1 - y_1 + y_2$$

分類	x_1	x_2	u_1	u_2	y_1	y_2	v	z
○	-1	-1	-1	1	-1	1	1	1
□	-1	1	1	3	1	1	-1	-1
□	1	-1	-3	-1	-1	-1	-1	-1
○	1	1	-1	1	-1	1	1	1

②，③

$(y_1 - y_2)$座標系において境界データと境界線$(v = 0)$の距離が最大となる直線配置



③

式(3)と$v = 0$より

$$y_2 = -\frac{w_0}{w_2} - \frac{w_1}{w_2} y_1 \cdots (3)'$$

グラフより

$$y_2 = y_1 + 1 \cdots (3)''$$

式$(3)', (3)''$, 及び$w_2 = 1$より

$w_0 = -1, \quad w_1 = -1$

問題２（１５点）

パーセプトロンにおいて，入力データ$x_1(n), x_2(n)$に対する出力を$y(n)$とし，目標値を$d(n)$とする．

$$u(n) = w_1(n)x_1(n) + w_2(n)x_2(n)$$
$$y(n) = f\big(u(n)\big) = \begin{cases} 1, u(n) \geq 0 \\ -1, u(n) < 0 \end{cases}$$
$$e(n) = d(n) - y(n)$$

$w_1(n), w_2(n)$を次式で更新することにより，誤差$e(n)$が減少することを示せ．

$$w_i(n+1) = w_i(n) + \mu e(n) x_i(n), 0 < \mu$$

（場合分け）

(1) $e(n) > 0, x_i(n) > 0$　(3) $e(n) < 0, x_i(n) > 0$
(2) $e(n) > 0, x_i(n) < 0$　(4) $e(n) < 0, x_i(n) < 0$

＜解答例＞

$w_i(n)$の修正量を

$$\Delta w_i(n) = \mu e(n) x_i(n)$$

とし，これによる$u(n)$の変化分を

$$\Delta u(n) = \Delta w_i(n) x_i(n)$$

とする．

さらに，$e(n) = d(n) - y(n)$であるから，

$e(n) > 0$に対して$y(n) = -1 \rightarrow 1 (\Delta u(n) > 0)$
$e(n) < 0$に対して$y(n) = 1 \rightarrow -1 (\Delta u(n) < 0)$

とすることにより，誤差$e(n)$を減少$(\rightarrow 0)$ができる．

このためには，

$e(n) > 0$に対して$\Delta u(n) > 0$
$e(n) < 0$に対して$\Delta u(n) < 0$

となることが必要である．

(1) $e(n) > 0, x_i(n) > 0$

$$\Delta w_i(n) = \mu e(n) x_i(n) > 0$$
$$\Delta u(n) = \Delta w_i(n) x_i(n) > 0$$

(2) $e(n) > 0, x_i(n) < 0$

$$\Delta w_i(n) = \mu e(n) x_i(n) < 0$$
$$\Delta u(n) = \Delta w_i(n) x_i(n) > 0$$

(3) $e(n) < 0, x_i(n) > 0$

$$\Delta w_i(n) = \mu e(n) x_i(n) < 0$$
$$\Delta u(n) = \Delta w_i(n) x_i(n) < 0$$

(4) $e(n) < 0, x_i(n) < 0$

$$\Delta w_i(n) = \mu e(n) x_i(n) > 0$$
$$\Delta u(n) = \Delta w_i(n) x_i(n) < 0$$

以上のように，$e(n) > 0$に対して$\Delta u(n) > 0$，$e(n) < 0$に対して$\Delta u(n) < 0$となるので，式(1)による$w_i(n)$の更新により誤差$e(n)$を減少できることが示された．

問題3（5＋10＋5＋5＝25点）

3ニューロンから成るホップフィールドネットワークにおいて，次の2つのパターンを記憶する場合を考える．

$N = 3, M = 2$

$$\boldsymbol{p}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \qquad \boldsymbol{p}_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

① 結合重みw_{ji}を求めよ．
② 全てのパターンを初期状態として，状態遷移の過程とその結果（安定状態）を求めよ．状態遷移の様子を示すこと．
③ パターン$\boldsymbol{p}_1$，$\boldsymbol{p}_2$以外に安定となったパターンを示せ．
④ $[1, 1, 1]$と$[-1, 1, 1]$におけるエネルギーEを求めて，比較せよ．

＜解答例＞

① $N = 3, M = 2$

$$\boldsymbol{p}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \qquad \boldsymbol{p}_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{W} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}[1,1,-1] + \frac{1}{3}\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}[-1,1,1] - \frac{2}{3}\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 2, 0, -2 \\ 0, 2, 0 \\ -2, 0, 2 \end{bmatrix} - \frac{2}{3}\begin{bmatrix} 1, 0, 0 \\ 0, 1, 0 \\ 0, 0, 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 0, 0, -2 \\ 0, 0, 0 \\ -2, 0, 0 \end{bmatrix}$$

以上より，

$$w_{12} = w_{21} = 0, \qquad w_{13} = w_{31} = -\frac{2}{3}$$

$$w_{23} = w_{32} = 0, \qquad w_{jj} = 0$$

②

n	u_1	u_2	u_3	s_1	s_2	s_3
0				1	1	1
1	(−)	0	(−)	−1	1	1
2	−	0	+	−1	1	1

n	u_1	u_2	u_3	s_1	s_2	s_3
0				1	1	−1
1	+	0	−	1	1	−1

n	u_1	u_2	u_3	s_1	s_2	s_3
0				1	−1	1
1	(−)	0	(−)	−1	−1	1
2	−	0	+	−1	−1	1

n	u_1	u_2	u_3	s_1	s_2	s_3
0				1	−1	−1
1	+	0	−	1	−1	−1

n	u_1	u_2	u_3	s_1	s_2	s_3
0				−1	1	1
1	−	0	+	−1	1	1

n	u_1	u_2	u_3	s_1	s_2	s_3
0				−1	1	−1
1	(+)	0	(+)	1	1	−1
2	+	0	−	1	1	−1

n	u_1	u_2	u_3	s_1	s_2	s_3
0				−1	−1	1
1	−	0	+	−1	−1	1

n	u_1	u_2	u_3	s_1	s_2	s_3
0				−1	−1	−1
1	(+)	0	(+)	1	−1	−1
2	+	0	−	1	−1	−1

状態遷移のまとめ

$(1, 1, 1) \rightarrow (-1, 1, 1), (1, 1, -1)$
$(1, 1, -1) \rightarrow (1, 1, -1)$
$(1, -1, 1) \rightarrow (-1, -1, 1), (1, -1, -1)$
$(1, -1, -1) \rightarrow (1, -1, -1)$
$(-1, 1, 1) \rightarrow (-1, 1, 1)$
$(-1, 1, -1) \rightarrow (1, 1, -1), (-1, 1, 1)$
$(-1, -1, 1) \rightarrow (-1, -1, 1)$
$(-1, -1, -1) \rightarrow (1, -1, -1), (-1, -1, 1)$

③ $\boldsymbol{p}_1$，$\boldsymbol{p}_2$以外に安定となったパターン

$(-1, -1, 1), \qquad (1, -1, -1)$

④ $(1, 1, 1)$と$(-1, 1, 1)$におけるエネルギー

$$E_{(111)} = \frac{2}{3}$$

$$E_{(-111)} = -\frac{2}{3}$$

状態遷移$(1, 1, 1) \rightarrow (-1, 1, 1)$に伴って，エネルギーが減少している．