

情報数学

第2回 小テスト
2012.12.20
木曜2限クラス

解説と配点(55点満点)

<解答例>

(1) 確率密度関数(三角形)の面積 = $4 \times k/2 = 2k = 1$
より, $k = 1/2$.

(2) 平均値(期待値)

$$\begin{aligned}\mu &= \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx \\ &= \int_{-1}^1 x \frac{1}{4}(x+1)dx + \int_1^3 x \left(-\frac{1}{4}\right)(x-3)dx = 1\end{aligned}$$

(3) 分散

$$\begin{aligned}\sigma^2 &= \int_{-\infty}^{\infty} (x-\mu)^2 f(x)dx = \int_{-1}^1 (x-1)^2 \frac{1}{4}(x+1) \\ &+ 1)dx + \int_1^3 (x-1)^2 \left(-\frac{1}{4}\right)(x-3)dx = \frac{2}{3}\end{aligned}$$

問題1 <3点×3題=9点>

サイコロを投げたとき, 奇数の目が出ることを事象A,
2の倍数の目が出ることを事象Bとする.

以下の確率を求めよ.

$$P(A), \quad P(B), \quad P(A \cap B)$$

<解答例>

全事象=全ての目: 1~6の6通り

事象A=奇数の目: 1, 3, 5の3通り

事象B=2の倍数の目: 2, 4, 6の3通り

事象AかつB=奇数かつ2の倍数: 該当無し

$$P(A) = 3/6 = 0.5$$

$$P(B) = 3/6 = 0.5$$

$$P(A \cap B) = 0/6 = 0$$

(4) 確率変数 x が $1 \leq x \leq 2$ の値を取る確率

$$P(1 \leq x \leq 2) = \int_1^2 f(x)dx = \int_1^2 -\frac{1}{4}(x-3)dx = \frac{3}{8}$$

問題2 <4点×4題=16点>

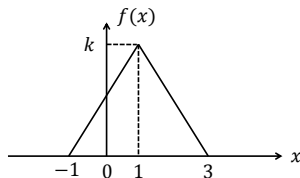
確率密度関数 $f(x)$ が下図で与えられる確率分布に関して以下の問に答えよ.

(1) k を求めよ.

(2) 平均値 μ を求めよ.

(3) 分散 σ^2 を求めよ.

(4) 確率変数 x が $1 \leq x \leq 2$ の値を取る確率を求めよ.



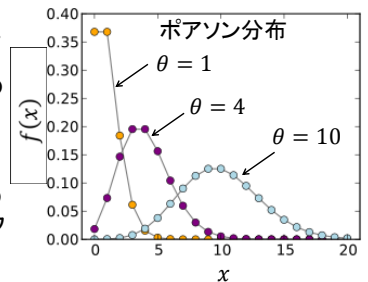
問題3 <5点×2題=10点>

ある都市の1日の交通事故死亡者数が3日間で1, 2, 3人だとする.

(1) このような事象が起こる確率を求めよ.

(2) 死亡者数1人のほうが3人よりも確率が高い理由を説明せよ.

但し, 死亡者数 x 人に対する確率 $f(x)$ はポアソン分布に従うものとする. また, 1日の平均死亡者数(期待値)は1人とする. 確率 $f(x)$ の値は右のポアソン分布のグラフより求めること.



<解答例>

(1)ポアソン分布のグラフにおいて、1日の平均死亡者数(期待値)が $\theta = 1$ 人であるグラフを用いる。横軸が実際の死亡者数 x を表している。死亡者数 $x = 1, 2, 3$ に対する確率 $f(x)$ はグラフより $f(x) = 0.37, 0.19, 0.06$

(2)平均死亡者数(期待値)が1人であるということは、死亡者数=1人のケースが最も起こりやすいことを表している。

<解答例>

事象 X :C店で買う
 事象 Y :フランスパンを買う
 求めるもの: $P(X)$
 条件より,

$$\begin{aligned} P(Y) &= 0.14 \\ P(X|Y) &= 7/14 = 0.5 \\ P(Y|X) &= 0.2 \end{aligned}$$

ベイズ定理を変形して、 $P(X)$ を求める。

$$P(X) = \frac{P(X|Y)P(Y)}{P(Y|X)} = \frac{0.5 \times 0.14}{0.2} = 0.35$$

問題4<10点>

ある客船の乗客について以下のことが分かっている。

- 日本人が60%である。
- 日本人のなかで男性は50%である。

乗客から1人を選んだとき、それが日本人男性である確率を求めよ。(条件付き確率の式より求めること)

<解答例>

事象 A :日本人である。

事象 B :男性である。

求めるもの: $P(A \cap B)$

条件より、 $P(A) = 0.6, P(B|A) = 0.5$

$$P(A \cap B) = P(B|A)P(A) = 0.5 \times 0.6 = 0.3$$

問題5<10点>

パン屋が3軒(A店、B店、C店)あります。3軒のパン屋で買い物をした100人と各パン屋で聞いたところ、以下のことが分かった。

- フランスパンを買った人は14人。
- フランスパンを買った人のうち、C店で買った人は7人。
- C店におけるフランスパンの割合は20%。

100人のうち、C店でパンを買った人の割合(%)を求めよ。(ベイズの定理より求めること)