情報数学

第2回　小テスト
2013.12.19
木曜2限クラス

＜問題と解答例（51点満点）＞

答えが数値の場合は分数または小数で表現すること. 分数は約分し, 簡単な数値にすること. 少数は有効数字3桁以内で表現すること. 4桁目は四捨五入すること.

問題1（3点×3＝9点）
サイコロを投げたとき, 奇数の目が出ることを事象A, 3以上の目が出ることを事象Bとする.
以下の確率を求めよ.

$$P(A), \qquad P(B), \qquad P(A \cap B)$$

＜解答例＞
事象A:　サイコロの目＝1, 3, 5
事象B:　サイコロの目＝3, 4, 5, 6
事象A＆B:　サイコロの目＝3, 5

$$P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0.5, P(B) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} = 0.667$$

$$P(A \cap B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 0.333$$

問題2（5点×2＝10点）
（1）サイコロを2回投げ, そのうち5の目が1回出る確率を求めよ.
＜解答例＞

$$p = {}_2 C_1 \left(\frac{1}{6}\right)^1 \left(1 - \frac{1}{6}\right)^{2-1}$$

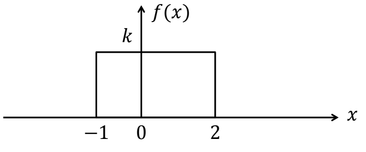
$$= 2 \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{18} = 0.278$$

（2）コインを3回投げ, そのうち1回で表が出る確率を求めよ.
＜解答例＞

$$p = {}_3 C_1 \left(\frac{1}{2}\right)^1 \left(1 - \frac{1}{2}\right)^{3-1} = 3 \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{8} = 0.375$$

問題3（3点×4＝12点）

確率密度関数$f(x)$が下図で与えられる一様分布に関して以下の問に答えよ.
（1）kを求めよ.
（2）平均値μを求めよ.
（3）分散σ^2を求めよ.
（4）確率変数xが$0 \le x \le 1$の値を取る確率を求めよ.



＜解答例＞
（1）$f(x)$の面積$(= 3k)$＝1より,

$$k = \frac{1}{3}$$

（2）平均値

$$\mu = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx = \int_{-1}^{2} \frac{x}{3} dx = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0.5$$

（3）分散

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 f(x) dx$$

$$= \int_{-1}^{2} (x - 0.5)^2 \frac{1}{3} dx = \frac{3}{4} = 0.75$$

（4）$0 \le x \le 1$における$f(x)$の面積

$$k \times 1 = \frac{1}{3} = 0.333$$

問題4（10点）
ある客船の乗客について以下のことが分かっている.
- 男性が60％である.
- 男性のなかで日本人は30％である.

乗客から1人を選んだとき, それが日本人男性である確率を求めよ.
（条件付き確率の式より求めること）

＜解答例＞
事象A：男性, 事象B：日本人
条件より, $P(A) = 0.6, P(B|A) = 0.3$
求めるもの：

$$P(A \cap B) = P(B|A)P(A) = 0.3 \times 0.6 = 0.18$$

問題5（10点）

パン屋が3軒あり，売っている種類は以下の通りである．
A店　あんパン，メロンパン
B店　クロワッサン，フランスパン，あんパン，ジャムパン
C店　メロンパン，あんパン，クリームパン

ある人がメロンパンを買ったとき，それをC店で買った確率を求めよ．ベイズの定理を用いて計算すること．

但し，3軒のパン屋が選ばれる確率は同じ（1/3）である．
また，1軒のパン屋の中である種類のパンが買われる確率は同じである（例：3種類のパンを売っているパン屋では，1種類のパンが買われる確率は1/3）．

＜解答例＞
事象A：　A店で買う，　事象B：　B店で買う
事象C：　C店で買う，　事象M：　メロンパンを買う

◆求めるもの

$$P(C|M) = \frac{P(M|C)P(C)}{P(M|A)P(A) + P(M|B)P(B) + P(M|C)P(C)}$$

条件より

$$P(A) = P(B) = P(C) = \frac{1}{3}$$

$$P(M|A) = \frac{1}{2}, P(M|B) = 0, P(M|C) = \frac{1}{3}$$

以上より，

$$PC|M) = \frac{2}{5} = 0.4$$