情報数学

第2回　小テスト
2012.12.20
木曜3限クラス

解説と配点（55点満点）

問題1＜3点×3題＝9点＞
サイコロを投げたとき，偶数の目が出ることを事象A，3の倍数の目が出ることを事象Bとする．
以下の確率を求めよ．

$$P(A),\qquad P(B),\qquad P(A\cap B)$$

＜解答例＞
全事象＝全ての目：1〜6の6通り
事象A＝偶数の目：2，4，6の3通り
事象B＝3の倍数の目：3，6の2通り
事象AかつB＝偶数かつ3の倍数：6の1通り

$$P(A)=3/6=0.5$$
$$P(B)=2/6=1/3$$
$$P(A\cap B)=1/6$$

問題2＜5点×2題＝10点＞

（1）サイコロを2回投げ，そのうち3の目が1回出る確率を求めよ．

＜解答例＞

$$p_1={}_2C_1\left(\frac{1}{6}\right)^1\left(1-\frac{1}{6}\right)^{2-1}$$
$$=2\times\frac{1}{6}\times\frac{5}{6}=\frac{5}{18}$$

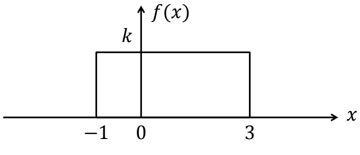
（2）コインを3回投げ，そのうち2回で表が出る確率を求めよ．

＜解答例＞

$$p_3={}_3C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(1-\frac{1}{2}\right)^{3-2}$$
$$=3\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{8}$$

問題3＜4点×4題＝16点＞

確率密度関数$f(x)$が下図で与えられる一様分布に関して以下の問に答えよ．
（1）kを求めよ．
（2）平均値μを求めよ．
（3）分散σ^2を求めよ．
（4）確率変数xが$0\le x\le 2$の値を取る確率を求めよ．



＜解答例＞

（1）確率密度関数（四角形）の面積：$4k=1$より，

$$k=1/4$$

（2）平均値（期待値）

$$\mu=\int_{-\infty}^{\infty}xf(x)dx=\int_{-1}^{3}kxdx=\int_{-1}^{3}\frac{1}{4}xdx=1$$

（3）分散

$$\sigma^2=\int_{-\infty}^{\infty}(x-\mu)^2f(x)dx=\int_{-1}^{3}(x-1)^2\frac{1}{4}dx=\frac{4}{3}$$

（4）確率変数xが$0\le x\le 2$の値を取る確率

$$P(0\le x\le 2)=\int_0^2 f(x)dx=\int_0^2\frac{1}{4}dx=\frac{1}{2}$$

問題4＜10点＞
ある客船の乗客について以下のことが分かっている.
- 日本人男性が20%である.
- 男性のなかで日本人は40%である.

乗客から1人を選んだとき，それが男性である確率を求めよ.（条件付き確率の式より求めること）

＜解答例＞
事象A：男性である. 事象B：日本人である.
求めるもの：$P(A)$
条件より，日本人男性：$P(A \cap B) = 0.2$
男性のなかの日本人の割合：$P(B|A) = 0.4$
条件付き確率の式を変形して$P(A)$を求める.

$$P(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B|A)} = \frac{0.2}{0.4} = 0.5$$

問題5＜10点＞

パン屋が3軒（A店，B店，C店）あります. 3軒のパン屋で買い物をした100人に聞いたところ，以下のことが分かった.

- B店でパンを買った人は40人.
- メロンパンを買った人は15人.
- メロンパンを買った人のうち，B店で買った人は10人であった.

B店におけるメロンパンの割合（%）を求めよ.
（ベイズの定理より求めること）

＜解答例＞

事象X：B店で買う
事象Y：メロンパンを買う
求めるもの：$P(Y|X)$
条件より，

$$P(X) = 0.4$$
$$P(Y) = 0.15$$
$$P(X|Y) = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$$

ベイズの定理を変形して，$P(Y|X)$を求める.

$$P(Y|X) = \frac{P(X|Y)P(Y)}{P(X)} = \frac{(2/3) \times 0.15}{0.4} = \frac{1}{4} = 0.25$$