情報数学

中山クラス（火曜1限）

第1回小テスト
問題と解答例
（10点×4題＝40点満点）

2014.11.11

問題1（2点×5題＝10点）

果物店：リンゴ，ミカン，ブドウ，メロン，バナナ，柿
パン屋：メロンパン，あんパン，クロワッサン

（1）果物店で3種類の果物を買う方法は何通りあるか．
（2）（1）において，メロンとバナナを買わない方法は何通りあるか．
（3）（1）において，リンゴとミカンを必ず買う方法は何通りあるか．
（4）果物店で果物を3種類，パン屋でパンを2種類買う方法は何通りあるか．
（5）（4）の問題でメロンとメロンパンは同時に買わない方法は何通りあるか．

＜解答例＞

（1）果物店で3種類の果物を買う方法は何通りあるか？

6個から3個を選ぶ組合せ

$$ {}_6C_3 = \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 20 \quad \text{通り} $$

（2）（1）において，メロンとバナナを買わない方法は何通りあるか？

4個から3個を選ぶ組合せ

$$ {}_4C_3 = \frac{4 \times 3 \times 2}{3 \times 2 \times 1} = 4 \quad \text{通り} $$

（3）（1）において，リンゴとミカンを必ず買う方法は何通りあるか？

4個から1個を選ぶ組合せ

$$ {}_4C_1 = 4 \quad \text{通り} $$

（4）果物店で果物を3種類，パン屋でパンを2種類，同時に買う方法は何通りあるか？

（6個から3個選ぶ組合せ）×（3個から2個選ぶ組合せ）

$$ {}_6C_3 \times {}_3C_2 = \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} \times \frac{3 \times 2}{2 \times 1} = 60 \quad \text{通り} $$

（5）（4）の問題でメロンとメロンパンは同時に買わない方法は何通りあるか？

①メロンを含まない組合せ

$$ {}_5C_3 = \frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 10\text{通り} $$

②メロンを含む組合せ

$$ {}_5C_2 = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10\text{通り} $$

③メロンパンを含まない組合せ$= {}_2C_2 = 1$通り
④メロンパンを含む組合せ$= {}_2C_1 = 2$通り
◇買い方（その1）＝①×③＋①×④＋②×③

$$ = 10 \times 1 + 10 \times 2 + 10 \times 1 = 40 \quad \text{通り} $$

◇買い方（その2）＝全体の組合せ［（4）に相当］ー②×④

$$ = 60 - 10 \times 2 = 40 \quad \text{通り} $$

問題2（5点×2題＝10点）

3つの変数からなる次の1次方程式を考える．

$$ x + y + z = 9 $$

（1）負でない整数解の組は何通りあるか．

（2）正の整数解は何通りあるか．

＜解答例＞

（1）負でない整数解の組の数＝3種類の異なる物から重複を許して9個とる組合せの数

$$ {}_{3}H_{9} = {}_{3+9-1}C_{9} = {}_{11}C_{9} = \frac{11!}{2!\,9!} = 55\text{通り} $$

（2）重複組合せは0個選ぶことも可能なので，まず，3種類x, y, zから1個ずつ選ぶ．そうすると，求めるべきものは「3種類の異なる物から重複を許して9－3＝6個とる組合せの数」となる．

$$ {}_{3}H_{6} = {}_{3+6-1}C_{6} = {}_{8}C_{6} = \frac{8!}{2!\,6!} = 28\text{通り} $$

＜解答例＞

（1）教科書p.33の「1．の問題で各箱に入れる物の数を制限せず，箱内での物の順番を考えない場合」に該当．

$$ {}_{n}\Pi_{r} = {}_{3}\Pi_{5} = 3^{5} = 243\text{通り} $$

（2）教科書p.33の「1．の問題で各箱に入れる物の数を制限せず，箱内での物の順番を考える場合」に該当．

$$ \frac{(n+r-1)!}{(n-1)!} = \frac{(3+5-1)!}{(3-1)!} = \frac{7!}{2!} = 2520\text{通り} $$

問題3（10点）

7人が円形テーブルのまわりに並べられた7個の座席に座る場合の座り方の数を求めよ．

＜解答例＞

最初の1人が座るとき，全ての座席は全く同等なので，1通りの座り方しかない．2人目以降は最初に座った人が起点となって，残り全ての座席に順番を着けたのと同じになるので，残りの人が座る方法は$n-1$個の物を全て使って作る順列の数になる．

$$ {}_{n-1}P_{n-1} = (n-1)! = 6! = 720\text{通り} $$

問題4（5点×2題＝10点）

異なる5個の物を異なる3個の箱に入れる問題において，各箱に入れる物の数を制限しない場合，以下の問に答えよ．

（1）箱内の物の順序を考えない場合，何通りの方法があるか．

（2）箱内の物の順序を考える場合，何通りの方法があるか．