

情報数学

中山クラス(火曜2限)

第1回小テスト
問題と解答例
(10点×4題=40点満点)

2014.11.11

問題2(10点)

$(1+x^2+x^3+x^6)^3$ を展開してできる多項式において、 x^6 の係数を求めよ。

問題1(10点)

赤いボール4個、青いボール2個、黄色いボール1個から5個選んで出来る順列の数を求めよ。

<解答例1>

x^6 の構成(方針:低次の項を多く使用→高次の項を使用)

$$\begin{aligned} \textcircled{1} x^2 \times x^2 \times x^2 &\rightarrow {}_3C_3 = 1 \\ \textcircled{2} x^3 \times x^3 \times 1 &\rightarrow {}_3C_2 \times {}_1C_1 = 3 \\ \textcircled{3} x^6 \times 1 \times 1 &\rightarrow {}_3C_1 \times {}_2C_2 = 3 \\ x^6 \text{の係数} &= 1 + 3 + 3 = 7 \end{aligned}$$

<解答例2>

$v = x^2, w = x^3, y = x^6, z = 1$ とおく。

$$\begin{aligned} \textcircled{1} v^3 \text{の係数} &= \binom{3}{3} = \frac{3!}{3!} = 1 \\ \textcircled{2} w^2 z \text{の係数} &= \binom{3}{2,1} = \frac{3!}{2!1!} = 3 \\ \textcircled{3} y^1 z^2 \text{の係数} &= \binom{3}{1,2} = \frac{3!}{1!2!} = 3 \\ x^6 \text{の係数} &= 1 + 3 + 3 = 7 \end{aligned}$$

<解答例>

全てのボールを使用しない場合であり、5個の構成を分けて定理2.15を適用する。

<5個の構成>

- ①赤4個+青1個
 - ②赤4個+黄1個
 - ③赤3個+青2個
 - ④赤3個+青1個+黄色1個
 - ⑤赤2個+青2個+黄色1個
- ①+②+③+④+⑤

$$\begin{aligned} &= \binom{5}{4,1} + \binom{5}{4,1} + \binom{5}{3,2} + \binom{5}{3,1,1} + \binom{5}{2,2,1} \\ &= \frac{5!}{4!1!} + \frac{5!}{4!1!} + \frac{5!}{3!2!} + \frac{5!}{3!1!1!} + \frac{5!}{2!2!1!} \\ &= 5 + 5 + 10 + 20 + 30 = 70 \text{通り} \end{aligned}$$

問題3(5点×2題=10点)

4種類の菓子で合計10個入りの菓子折りを作る。

- (1)全部で何通りの作り方があるか。
- (2)4種類から少なくとも1個は入れるとすると、何通りになるか。

<解答例>

(1) 4種類の異なる物から重複を許して10個取って作る組合せの数に等しい.

$${}_4H_{10} = {}_{4+10-1}C_{10} = {}_{13}C_{10} = \frac{13!}{3!10!} = 286通り$$

(2) 条件を満たすために, 3種類の菓子から1個ずつ選んで菓子折に入れる. そうすると, 問題は次のようになる「4種類の異なる物から重複を許して6個取って作る組合せの数」

$${}_4H_6 = {}_{4+6-1}C_6 = {}_9C_6 = \frac{9!}{3!6!} = 84通り$$

問題4 (5点 × 2題 = 10点)

異なる物を異なる箱に入れる問題において, 各箱に入れる物を高々1個に制限する場合, 以下の問に答えよ.

- (1) 3個の異なる物を5個の異なる箱に入れる場合, 何通りの方法があるか.
- (2) 5個の異なる物を3個の異なる箱に入れる場合, 何通りの方法があるか.

<解答例>

教科書p.32の「1. の問題で各箱に入れる物をたかだか1個に制限する場合」に該当する.

- (1) 箱の数 $n = 5 >$ 物の数 $r = 3$ であるから
 ${}_nP_r = {}_5P_3 = 5 \times 4 \times 3 = 60通り$

- (2) 箱の数 $n = 3 <$ 物の数 $r = 5$ であるから
 ${}_rP_n = {}_5P_3 = 5 \times 4 \times 3 = 60通り$