

平成27年度前期

## デジタル通信と信号処理

### 期末試験 問題と解答例(90点満点) (火曜2限クラス)

2015.7.28

- 持ち込み自由
- コンピュータ使用可(ネットワーク接続不可)
- 解答の数値は有効数字3桁(小数点以下は3桁以内)

1

### 問題1(5点×10=50点)

次の条件を満たすIIRフィルタを①～③の手順に従って設計し、周波数特性④と時間応答⑤～⑨を解析せよ。

<条件>

- 周波数  $f_1 = 2.2\text{Hz}$  の成分を4倍する。
- 周波数  $f_2 = 3.2\text{Hz}$  の成分を阻止する。
- 標本化周波数  $f_s = 8\text{Hz}$

2

- ① 零点を求め、極形式で表せ。  
極(大きさ=0.6, 周波数=1.4Hz)を極形式で表せ。

零点の大きさ=1( $f_2$ の成分を阻止するため)  
周波数= $f_2 = 3.2\text{Hz}$

零点の極形式表示  $1 \cdot e^{\pm j2\pi \times \frac{3.2}{8}} = e^{\pm j0.8\pi}$

極の極形式表示  $0.6e^{\pm j2\pi \times \frac{1.4}{8}} = 0.6e^{\pm j0.45\pi}$

- ② 次頁に示す伝達関数  $H(z)$  を求めよ( $a_0, a_1, a_2, b_1, b_2$  を求める)。但し、スケーリング係数を  $h_0 = 1$  とする。

$$a_0 = 1, \quad a_1 = 1.62, \quad a_2 = 1$$
$$b_1 = -0.19, \quad b_2 = 0.36$$

3

$$H(z) = h_0 \frac{a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}{1 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}$$

- ③  $f_1$  における振幅特性が4となるように  $h_0$  を決めよ。

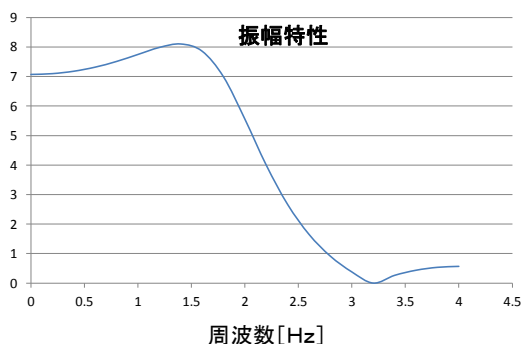
$f_1 = 2.2\text{Hz}$  における振幅特性が1.745であるから

$$h_0 = \frac{4}{1.745} = 2.29$$

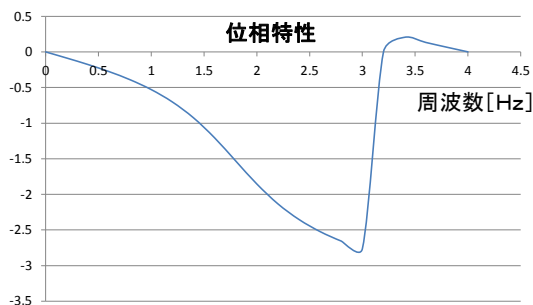
- ④ IIRフィルタの(a)振幅特性と(b)位相特性の概略図を図示せよ。但し、③で求めた  $h_0$  を用いること。

次頁に示す。

4

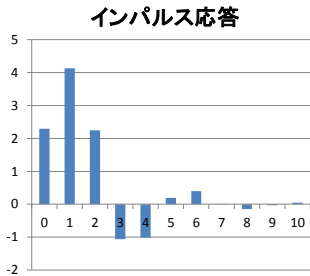


5



6

- ⑤ IIRフィルタのインパルス応答 $h(n)$ を求めて、 $n = 0 \sim 10$ について概略図を示せ。



7

- ⑥ IIRフィルタに次の信号 $x(n)$ を入力したときの出力信号 $y(n)$ を $n = 0 \sim 4, 16 \sim 20$ について求めよ(数値で示す)。

$$x(n) = \cos(2\pi f_1 nT)$$

n	y(n)	n	y(n)
0	2.29	16	3.73
1	3.78	17	-1.99
2	-0.58	18	-3.11
3	-4.31	19	2.96
4	0.75	20	2.20

8

- ⑦ IIRフィルタの $f_1$ における振幅特性 $H_1$ と位相特性 $\theta_1$ を用いて、次式により出力信号を $n = 0 \sim 4, 16 \sim 20$ について求めよ(数値で示す)。

$$y(n) = H_1 \cos(2\pi f_1 nT + \theta_1)$$

$$H_1 = 4, \quad \theta_1 = -2.13 \text{ [rad]}$$

n	y(n)	n	y(n)
0	-2.12	16	3.73
1	3.68	17	-2.01
2	0.98	18	-3.11
3	-3.98	19	2.97
4	0.26	20	2.18

9

- ⑧ ⑥と⑦の $y(n)$ を比較し、その違いについて述べよ。

⑥はIIRフィルタの回路を用いて $y(n)$ を計算しており、過渡応答( $n = 0 \sim 4$ ) + 定常応答( $n = 16 \sim 20$ )からなる。⑦はIIRフィルタの振幅特性と位相特性を用いて $y(n)$ を計算しているので、定常応答( $n = 0 \sim 4, 16 \sim 20$ )のみである。従って、以下ようになる

$$\begin{aligned} \textcircled{6}y(0) \sim y(4)[\text{過渡応答}] &\neq \textcircled{7}y(0) \sim y(4)[\text{定常応答}] \\ \textcircled{6}y(16) \sim y(20)[\text{定常応答}] &= \textcircled{7}y(16) \\ &\quad \sim y(20)[\text{定常応答}] \end{aligned}$$

10

- ⑨ IIRフィルタに次の信号 $x(n)$ を入力したときの出力信号 $y(n)$ を $n = 0 \sim 4, 16 \sim 20$ について求めよ(数値で示す)。

$$x(n) = \cos(2\pi f_1 nT) + \cos(2\pi f_2 nT)$$

n	y(n)	n	y(n)
0	4.58	16	3.73
1	6.06	17	-1.99
2	-0.97	18	-3.11
3	-5.21	19	2.96
4	0.72	20	2.20

11

- ⑩ ⑥と⑨の $y(n)$ を比較し、その違いについて述べよ。

⑥と⑨は両方ともIIRフィルタの回路を用いて $y(n)$ を計算しているので、過渡応答( $n = 0 \sim 4$ ) + 定常応答( $n = 16 \sim 20$ )である。

⑥の入力信号 $x(n)$ は $f_1$ 成分のみ含み、⑨の $x(n)$ は $f_1$ 成分と $f_2$ 成分を含む。 $f_2$ 成分は過渡応答では残っており、定常応答では阻止されてなくなっている。

$$\begin{aligned} \text{過渡応答では、} &\textcircled{6}のy(n)[f_1 \text{成分}] \neq \textcircled{9}のy(n)[f_1, f_2 \text{成分}] \\ \text{定常応答では、} &\textcircled{6}のy(n)[f_1 \text{成分}] = \textcircled{9}のy(n)[f_1 \text{成分}] \end{aligned}$$

12

問題2 (5点 × 4 = 20点)

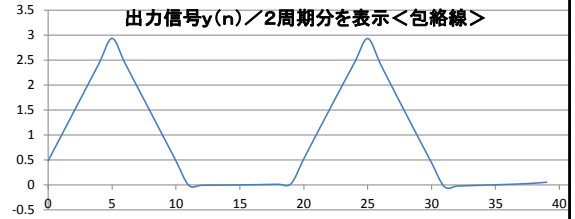
- ① インパルス応答が8サンプル, 入力信号が17サンプルであり, DFT/IDFTのサンプル数がN=20であるとき, 何サンプルの折り返し歪みが発生するか.

線形畳み込み和のサンプル数は  $8 + 17 - 1 = 24$  であるから,  $n = 0 \sim 23$  に分布する. DFT/IDFTの周期は20サンプルであるから,  $n = 0 \sim 19$  が最初の周期,  $n = 20 \sim 39$  が次の周期である. 従って,  $n = 20 \sim 23$  に重なり生じる事になる.

折り返し歪みのサンプル数は4サンプル

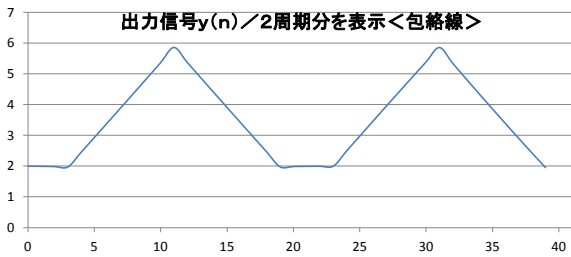
13

- ②  $x(n) = 0.7, n = 0 \sim 5, h(n) = 0.7, n = 0 \sim 5$  に対する  $y(n)$  を求め, その概略図(包絡線)を  $n = 0 \sim 39$  の範囲で図示せよ. 但し, DFTのサンプル数は  $N = 20$ .



14

- ③  $x(n) = 0.5, n = 0 \sim 11, h(n) = 0.5, n = 0 \sim 11$  に対する  $y(n)$  を求めてその概略図(包絡線)を  $n = 0 \sim 39$  の範囲で図示せよ. 但し, DFTのサンプル数は  $N = 20$ .



15

- ④ ②と③における  $y(n)$  の違いについて述べよ.

線形畳み込み和のサンプル数とDFTのサンプル数の関係に基づいて解析する.

②  $6 + 6 - 1 = 11 < 20$

折り返し歪みが発生しないので, 1周期内の  $y(n)$  は線形畳み込み和(三角波形)と同じである.

(最大値 =  $0.7 \times 0.7 \times 6$  サンプル = 2.94)

③  $12 + 12 - 1 = 23 > 20$

3サンプルの折り返し歪み ( $n = 20 \sim 22$ ) が発生しているため, 1周期内の  $y(n)$  は線形畳み込み和(三角波形)とは同じではない.

(最大値 =  $0.7 \times 0.7 \times 12$  サンプル = 5.88)

16

問題3 (10点 × 2 = 20点)

次の行列計算について以下の問に答えよ.

$$\begin{bmatrix} X_0 \\ X_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & a \\ ba & -ba \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \end{bmatrix} \dots (1)$$

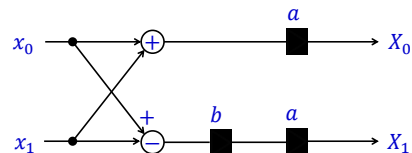
- ① 式(1)の行列を次のように展開したときの行列  $A, B$  を求めよ. 但し,  $A, B$  は対角行列であり,  $A$  は  $a$  を含み,  $B$  は  $b$  を含むものとする.

$$\begin{bmatrix} a & a \\ ba & -ba \end{bmatrix} = AB \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \dots (2)$$

$$\begin{bmatrix} a & a \\ ba & -ba \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

17

- ② 式(2)を構成するブロック図を求めよ. 但し, 加算器(減算器)を2個,  $a$  を乗数とする乗算器を2個,  $b$  を乗数とする乗算器を1個用いること.



+, - のいずれかでもOK

18

### <採点方針>

- $h_0$ を間違っても、その後あっていればOKとする。
- ④以降において $h_0$ が反映されていない場合は減点。
- $a_0 \sim a_2, b_1, b_2$ を違っていても、その後、あっていればOKとする。
- $f_1$ を間違っている場合：⑥は-5点→⑥と⑦、⑨が  $y(n), n = 16 \sim 20$ であってれば⑦、⑨はOKとする。
- ⑧、⑩は $y(n)$ が正しく求まっていない場合は-2点。理由がない場合は-5点。
- 問題3のブロック図で、下の減算器で-（または+）がない場合は-2点

19

### 成績集計

レポート素点	レポート30	小テスト80	小テスト30	期末90	期末40	総合調整	合否	
A	4.5	27	60	23	70	31	83	○

\* \* \* \* 再試  
×

A+	5	B	3.75
A	4.5	B-	3.5
A-	4.25	C	3
B+	4		