

デジタル通信と信号処理

レポート課題2

2016.6.21

◆レポート締め切り: 7月1(金) 17:00

◆レポート提出場所:

1号館2階 庶務課前のレポートBOX
BOXのラベル「デジタル通信と信号処理」中山謙二*「火曜1限クラス」と「火曜2限クラス」は別のBOXに
してあります。注意してください。

1

レポート課題

- ① 次の条件を満たす2次IIRフィルタの伝達関数を求めよ。
極の大きさを0.6, 周波数を1.5Hzとする。
周波数3Hzの成分を阻止する。
周波数1Hzにおける振幅を1とする。
- ② 上記の2次IIRフィルタのインパルス応答と振幅特性をグラフで示せ。
- ③ 上記の2次IIRフィルタに次の信号 $x(n)$ を入力したときの出力信号を $y(n)$ とする。 $x(n)$ と $y(n)$ のグラフを示せ。
$$x(n) = 2\cos(2\pi f_1 nT) + 3\cos(2\pi f_2 nT) \cdots (1)$$
$$f_1 = 1\text{Hz}, f_2 = 3\text{Hz}$$
さらに、 $y(n)$ の定常応答における波形を解析せよ。
(例: 正弦波で、振幅が○, 周波数が□である)

2

- ④ 次の条件を満たす2次IIRフィルタの伝達関数を求めよ。
極の大きさを1.667, 周波数を1.5Hzとする。
周波数3Hzの成分を阻止する。
周波数1Hzにおける振幅を1とする。

- ⑤ 上記の2次IIRフィルタのインパルス応答と振幅特性をグラフで示せ。

- ⑥ 上記の2次IIRフィルタに式(1)の信号 $x(n)$ を入力したときの出力信号を $y(n)$ のグラフを示せ。

- ⑦ ①と④の2次IIRフィルタの違いについて考察せよ。

◆使用プログラム: kit_dsp_2nd-IIR.xlsx

3

解答例

- ① 伝達関数

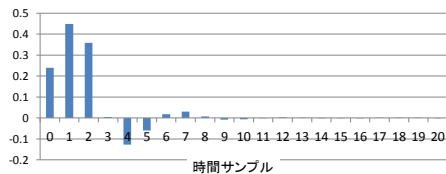
$$H(z) = \frac{0.239 + 0.338z^{-1} + 0.239z^{-2}}{1 - 0.46z^{-1} + 0.36z^{-2}}$$

$h_0 = 1$ としたときの1Hzにおける振幅特性=4.183であるから、 $h_0 = 1/4.183 = 0.239$ とする。

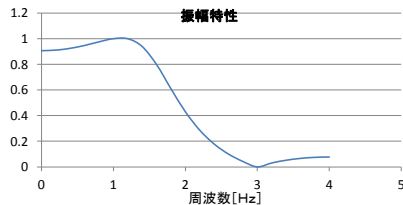
4

②

インパルス応答



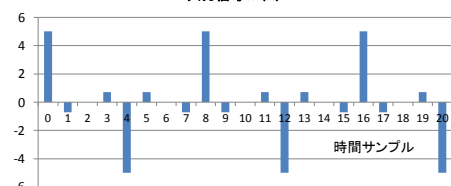
振幅特性



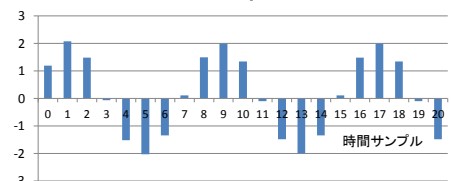
5

③

入力信号:x(n)



出力信号:y(n)



6

③の続き

(出力波形の解析)

出力信号 $y(n)$ の定常応答における1周期のサンプル数は8であり、周波数は $f = f_s/8 = 8\text{Hz}/8 = 1\text{Hz}$ である。振幅(最大値)は2である。

(答え)

$y(n)$ は定常応答において、正弦波であり、振幅(最大値)は2であり、周波数は1Hzである。

(参考)

$x(n)$ には1Hzと3Hzの成分が含まれるが、2次IIRフィルタで3Hzは阻止されるので、1Hzの成分のみ出力される。2次IIRフィルタの1Hzにおける振幅特性は1であり、1Hzの成分は1倍されて(入力と同じ大きさで)出力される。

7

④ 伝達関数

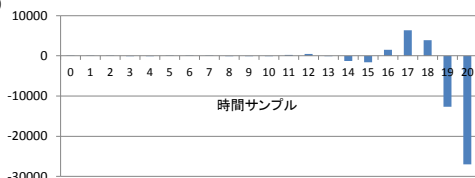
$$H(z) = \frac{0.664 + 0.939z^{-1} + 0.664z^{-2}}{1 - 1.28z^{-1} + 2.78z^{-2}}$$

$h_0 = 1$ としたときの1Hzにおける振幅特性=1.505であるから、 $h_0 = 1/1.505 = 0.664$ とする。

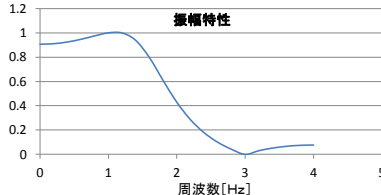
8

⑤

インパルス応答



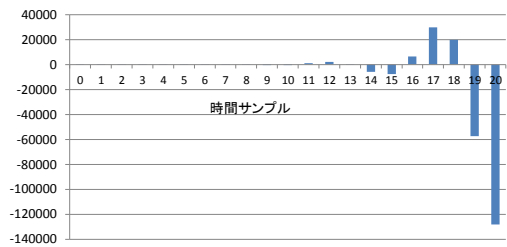
振幅特性



9

⑥

出力信号:y(n)



10

⑦ ①と④の2次IIRフィルタの違い

(極と安定性の違い)

①では $|極| < 1 \rightarrow$ 2次IIRフィルタは安定④では $|極| > 1 \rightarrow$ 2次IIRフィルタは不安定
不安定な回路では出力信号が発散する。

(インパルス応答の違い)

①ではインパルス応答は零に収束するが、④では発散している。

(正弦波入力に対する出力信号の違い)

①では振幅が2で周波数が1Hzの正弦波(定常応答において)が出力されているが、④では発散している。

11

(参考)①と④で振幅特性が同じになる理由(h_0 を除く)

伝達関数の分子は同じなので分母のみに着目する。

極 $= r_p e^{\pm j\omega_p T}$ に対する分母の周波数特性

$$D(e^{j\omega T}) = 1 - 2r_p \cos(\omega_p T) e^{-j\omega T} + r_p^2 e^{-j2\omega T}$$

極 $= r_p^{-1} e^{\pm j\omega_p T}$ に対する分母の周波数特性

$$\begin{aligned} D'(e^{j\omega T}) &= 1 - 2r_p^{-1} \cos(\omega_p T) e^{-j\omega T} + r_p^{-2} e^{-j2\omega T} \\ &= r_p^{-2} e^{-j2\omega T} (1 - 2r_p \cos(\omega_p T) e^{j\omega T} + r_p^2 e^{j2\omega T}) \\ &= r_p^{-2} e^{-j2\omega T} D(e^{-j\omega T}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |D'(e^{j\omega T})| &= |r_p^{-2} e^{-j2\omega T} D(e^{-j\omega T})| \\ &= r_p^{-2} |D(e^{-j\omega T})| = r_p^{-2} |D(e^{j\omega T})| \end{aligned}$$

$$|H'(e^{j\omega T})| = r_p^2 |H(e^{j\omega T})|$$

$$h_0 = r_p^{-2} h_0, \quad 0.664 = 0.6^{-2} \times 0.239$$

12

採点方針

- A+ (5点), A (4.5点), A- (4.25点), B (3.75点), C (3点)
- A+ 全問正解～軽微な1個のミスまで
- 伝達関数が根本的に間違っている → B
- 伝達関数で h_0 が考慮されていない → 減点
- 伝達関数は関数の形(係数は数値)で書くこと.
- ⑦は「極の大きさと安定性の関係」が書かれていれば OK