
ラチス形予測器による直交化適応フィルタの 同期形学習アルゴリズムにおける予測と収束特性

Convergence property of Gradient-Adaptive Lattice Filter with a Synchronized Learning Algorithm

徳井 直樹¹

中山 謙二²

平野 晃宏²

Naoki TOKUI¹

Kenji NAKAYAMA²

Akihiro HIRANO²

¹ 石川工業高等専門学校

¹ National Ishikawa College of Technology

² 金沢大学工学部

² Faculty of Engineering, Kanazawa University

tokui@ishikawa-nct.ac.jp

あらまし

ラチス形予測器による直交化適応フィルタは、ラチス形予測器の反射係数が入力信号を白色化する方向に更新し、適応フィルタ係数は所望信号との誤差を小さくする方向に更新する。このラチス形予測器による直交化適応フィルタ全体の伝達関数は、反射係数と適応フィルタ係数から構成されているため、一方の更新が全体に影響する。我々は、反射係数の更新に対応して適応フィルタ係数を補正する同期形学習アルゴリズムを提案した。この同期形学習アルゴリズムに必要な計算量は、フィルタ長 M とラチス形予測器の次数 L に対して $O(ML)$ となる。さらに、この計算量を軽減する方法として、同期形学習アルゴリズムの近似的補正法によって計算量を軽減する方法を提案した。この計算量は、近似範囲 U とラチス形予測器の次数 L に対して $O(UL)$ となる。同期形学習アルゴリズムを用いたラチス形予測器による直交化適応フィルタは、予測器による入力信号の白色化が不十分な場合でも収束する。ただし、収束速度は十分白色化されている場合に比べて遅い。そこで、入力信号に音声信号を用いた場合において、予測次数の制限による収束特性、および近似的補正法との比較について検討した。

sample following the input signal. The fluctuation of $\kappa(n)$ make the learning process unstable. This phenomenon was analyzed and the synchronized learning algorithm was proposed. The filter coefficients $\mathbf{w}(n)$ are compensated for as $\hat{\mathbf{w}}(n) = \mathbf{K}(n)^{-1}\mathbf{K}(n-1)\mathbf{w}(n)$, where $\mathbf{K}(n)$ is a matrix composed of the reflection coefficients. $\hat{\mathbf{w}}(n)$ is used in evaluating the output error at the n -th sample. This algorithm, however, requires $O(2ML)$ computations, where M is adaptive filter length and L is lattice predictor length. We proposed a modified method to reduce a computational complexity. The matrix $\mathbf{K}(n)$ of the joint adaptive filter is replaced by the partial matrix $\mathbf{K}_{U,U}(n)$ and the unit matrix \mathbf{I} . Some part of the filter coefficients $\hat{\mathbf{w}}(n)$ is compensated for replaced matrix. When whitening process by the lattice predictor are insufficient, the gradient-adaptive lattice filter with a synchronized learning algorithm can converge. However, the convergence property becomes slow. In this paper, we investigated order of predictor of the gradient-adaptive lattice filter with a synchronized learning algorithm and relational of convergence speed by simulation.

Abstract

A joint adaptive algorithm of orthogonalization and gradient method can improve convergence speed and residual error for colored and voice signals. When a lattice predictor is used for the orthogonalization process, the reflection coefficients $\kappa(n)$ change sample by

1 はじめに

適応フィルタに用いられる代表的なアルゴリズムの Normalized LMS(NLMS) は、計算量がフィルタ次数 M に対して $O(M)$ であることや、数値的安定性の点からよく用いられる。しかし、NLMS は入力信号の相関行列における固有値広がりの影響を受けやすく、有色入力に

対して収束が遅くなる [1]．これに対して，巡回形最小 2 乗法 (RLS) は入力信号の種類に関わりなく高速な収束特性が得られる．しかし，RLS の計算量は $O(M^2)$ となる．これらを改善する一つの方法として，入力信号の直交化を行う適応フィルタがある [1]．この方法は，入力信号を直交化することで白色化し，適応フィルタに入力することで，NLMS における入力信号の固有値広がり の影響を回避する．この直交化には，予測誤差フィルタ，離散フーリエ変換，離散コサイン変換などを用いた方法がある [1, 2, 3, 4]．このうち，直交化にラチス形予測誤差フィルタを用いる方法は，入力信号の自己回帰 (AR) モデルを推定し，白色化された予測誤差を適応フィルタの入力として用いる [1, 5]．しかし，ラチス形予測器の反射係数が入力信号に依存して更新するため，適応フィルタの係数更新に影響する．

我々は，ラチス形予測器の反射係数変動が適応フィルタ全体の伝達関数に影響を与えることについて理論的に解析し，それに基づいた反射係数とフィルタ係数の更新を整合させる同期形学習アルゴリズムを提案した [6, 7]．この同期形学習アルゴリズムは，反射係数の変動による伝達関数の変動に与える影響を完全に補正可能である．しかし，この計算量はフィルタ長 M とラチス予測器の次数 L に対して $O(ML)$ となる．

この同期形学習アルゴリズムは，反射係数から構成される行列 $K(n)$ の計算と適応フィルタ係数補正に要する計算量が，大きな比重を占める．そのため，計算量の軽減を目的として，ブロック更新法 [8] や近似的補正法 [9] を提案してきた．このうち，近似的補正法は行列 $K(n)$ の分割によって適応フィルタ係数の補正範囲を限定する．計算量は，補正範囲 U とラチス形予測器の次数 L に対して $O(UL)$ となる．ラチス形予測器による直交化適応フィルタは，予測器による入力信号の白色化が不十分な場合でも収束する [2]．そこで本稿では，入力信号に音声信号を用いた場合において，予測器次数を制限した収束特性，および近似的補正法との比較について検討する．

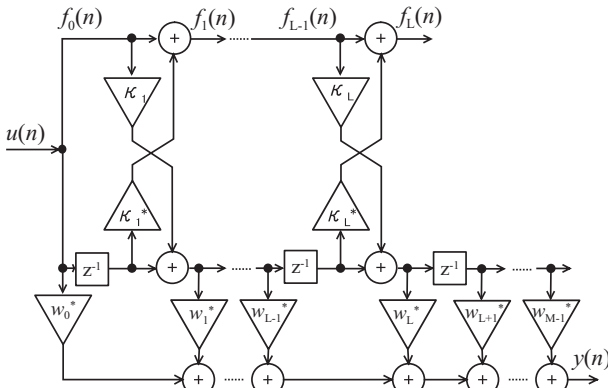


図 1: ラチス形予測器による直交化適応フィルタ

2 ラチス形予測器による直交化適応フィルタの同期形学習アルゴリズム

2.1 ラチス形予測器の反射係数更新

図 1 に示す L 次のラチス形予測器による M 次の適応フィルタ [1, 7] の m 段目の予測誤差の更新は，

$$f_m(n) = f_{m-1}(n) + \kappa_m^*(n)b_{m-1}(n-1) \quad (1)$$

$$b_m(n) = b_{m-1}(n-1) + \kappa_m(n)f_{m-1}(n) \quad (2)$$

$$f_0(n) = b_0(n) = u(n) \quad (3)$$

である．ここで， $m = 1, \dots, L$ で， $*$ は複素共役である． m 段目の反射係数 κ_m は，前段の前向き及び後向き予測誤差 $f_{m-1}(n)$ ， $b_{m-1}(n-1)$ から，忘却係数 ($0 < \gamma < 1$) を用いたリーク積分を用いて次のように求まる．

$$\kappa_{N,m}(n) = \gamma \kappa_{N,m}(n-1) + b_{m-1}(n-1)f_{m-1}^*(n) \quad (4)$$

$$\kappa_{D,m}(n) = \gamma \kappa_{D,m}(n-1) + (|f_{m-1}(n)|^2 + |b_{m-1}(n-1)|^2) \quad (5)$$

$$\kappa_m(n) = -2 \frac{\kappa_{N,m}(n)}{\kappa_{D,m}(n)} \quad (6)$$

前向き及び後向き予測誤差は，入力信号に対する予測次数 L が十分であれば予測誤差は白色化される．

2.2 適応フィルタ係数更新

出力 $y(n)$ は，後向き予測誤差 $b(n)$ と，適応フィルタ係数 $w(n)$ を畳み込んで得られる．

$$\mathbf{b}(n) = [b_0(n), \dots, b_{M-1}(n)]^T \quad (7)$$

$$\mathbf{w}(n) = [w_0(n), \dots, w_{M-1}(n)]^T \quad (8)$$

$$y(n) = \mathbf{w}^H(n)\mathbf{b}(n) \quad (9)$$

ここで， T は行列及びベクトルの転置を， H はエルミート変換を表す．

適応フィルタの係数 $w(n)$ の更新には NLMS アルゴリズムを用いる．正規化は適応フィルタの各タップ入力である後向き予測誤差 $b(n)$ の自乗和により行う．未知システム出力 $d(n)$ と適応フィルタ出力 $y(n)$ の誤差 $e(n)$ から，適応フィルタ係数 $w(n)$ の更新が行われる．

$$e(n) = d(n) - y(n) \quad (10)$$

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \frac{\alpha}{\|\mathbf{b}(n)\|^2 + \delta} \mathbf{b}(n)e(n) \quad (11)$$

ここで，正の定数 ($0 < \delta \ll 1$) を用いる．

2.3 反射係数 κ を含む伝達関数の表現 [7]

図 1 のフィルタ出力 $y(n)$ は、式 (9) より、

$$y(n) = w_0^*(n)b_0(n) + w_1^*(n)b_1(n) + \dots + w_{M-1}^*(n)b_{M-1}(n) \quad (12)$$

である。ここで、後向き予測誤差 $b(n)$ は、入力信号

$$\mathbf{u}(n) = [u(n), u(n-1), \dots, u(n-M+1)]^T \quad (13)$$

と反射係数で構成されるため、

$$\mathbf{b}(n) = \mathbf{K}^H(n)\mathbf{u}(n) \quad (14)$$

と表される。ここで、同様に前向き予測誤差 $f(n)$

$$\mathbf{f}(n) = \mathbf{J}^H(n)\mathbf{u}(n) \quad (15)$$

より、行列 $\mathbf{J}(n)$ と行列 $\mathbf{K}(n)$ の要素は次式で求めることができる [7]。

$$J_{l,m}(n) = J_{l,m-1}(n) + \kappa_m^*(n)K_{l-1,m-1}(n-1) \quad (16)$$

$$K_{l,m}(n) = \kappa_m(n)J_{l,m-1}(n) + K_{l-1,m-1}(n-1) \quad (17)$$

これより、行列 $\mathbf{K}(n)$ は対角要素が 1 の上三角行列の帯行列であり、非対角要素は反射係数で構成される。また、第 $L+2$ 列目から第 M 列目の要素は、それぞれ前行前列の要素を 1 サンプル遅延したものである。

$$\mathbf{K}(n) = \begin{bmatrix} 1 & K_{0,1}(n) & \dots & K_{0,L}(n) & 0 & \dots \\ 0 & 1 & \ddots & \vdots & K_{0,L}(n-1) & \ddots \\ \vdots & 0 & \ddots & K_{L-1,L}(n) & \ddots & \ddots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 1 & K_{L-1,L}(n-1) & \ddots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 1 & \ddots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & \dots & \ddots \end{bmatrix} \quad (18)$$

式 (9) と式 (14) より出力信号 $y(n)$ は、

$$y(n) = \mathbf{w}^H(n)\mathbf{K}^H(n)\mathbf{u}(n) \quad (19)$$

と表される。ここで、 $\mathbf{w}^H(n)\mathbf{K}^H(n)$ はラチス形予測器による直交化適応フィルタの伝達特性に相当する。

2.4 同期形学習アルゴリズム [6, 7]

反射係数 $\kappa(n)$ 、及び行列 $\mathbf{K}(n)$ は、入力信号を白色化する方向に更新される。一方、適応フィルタ係数 $\mathbf{w}(n)$

は、式 (11) と (14) で示されるように一つ前のサンプルの行列 $\mathbf{K}(n-1)$ に対して誤差を小さくするように更新されている。したがって、式 (10) 及び (19) で求められる誤差 $e(n)$ の減少を保証できない。この反射係数更新と適応フィルタ係数更新のズレに対する影響を解析し、提案した方法が“同期形学習アルゴリズム”である。これは、反射係数 $\kappa(n)$ の更新によって変化する適応フィルタのインパルス応答をフィルタ係数の補正により整合させる方法である。

$\mathbf{K}(n)$ を用いて更新された $\mathbf{w}(n+1)$ と $\mathbf{K}(n)$ を用いて適応フィルタの出力と誤差を表現する。

$$\tilde{y}(n+1) = \mathbf{w}^H(n+1)\mathbf{K}^H(n)\mathbf{u}(n+1) \quad (20)$$

$$\tilde{e}(n+1) = d(n+1) - \tilde{y}(n+1) \quad (21)$$

$\tilde{e}(n+1)$ は勾配法によって $e(n+1)$ より減少する。しかし、 $n+1$ サンプル時には $\mathbf{K}(n)$ は既に $\mathbf{K}(n+1)$ に更新されており、式 (20) を直接計算することはできない。そこで、 $\mathbf{w}(n+1)$ を補正して式 (20) と等価な出力を得ることにする。補正したフィルタ係数を $\hat{\mathbf{w}}(n+1)$ とし、次式で与えられる出力 $\hat{y}(n+1)$ と式 (20) の $\tilde{y}(n+1)$ を等しいと置く。

$$\hat{y}(n+1) = \hat{\mathbf{w}}^H(n+1)\mathbf{K}^H(n+1)\mathbf{u}(n+1) \quad (22)$$

これより次の関係を得る。

$$\mathbf{K}(n+1)\hat{\mathbf{w}}(n+1) = \mathbf{K}(n)\mathbf{w}(n+1) \quad (23)$$

$$\hat{\mathbf{w}}(n+1) = \mathbf{K}(n+1)^{-1}\mathbf{K}(n)\mathbf{w}(n+1) \quad (24)$$

$n+1$ サンプル時において、 $\mathbf{w}(n+1)$ の代わりに $\hat{\mathbf{w}}(n+1)$ を用いることにより反射係数更新の影響がなくなる。これらの関係は図 2 に示すように、反射係数の更新により変動した位置を元に戻すようにフィルタ係数を補正し、次のサンプルで誤差が減少する方向にフィルタ係数を更新する。

1 サンプルの時間内でフィルタ係数の更新とフィルタ処理に必要な計算量を表 1 に示す。表 1 の同期法は、同期形学習アルゴリズムを用いたラチス形予測器による直交化適応フィルタである。この同期形学習アルゴリズムに必要な計算量は、 $2ML$ である。比較のため、FIR 形適応フィルタの NLMS と RLS の計算量も示す。

3 近似的補正法 [9]

我々が提案した近似的補正法は、同期形学習アルゴリズムの演算量を削減する方法である。表 1 に示したように同期形学習アルゴリズムの計算量は $2ML$ である。必要計算量は、通常の使用においては $L \ll M$ であるた

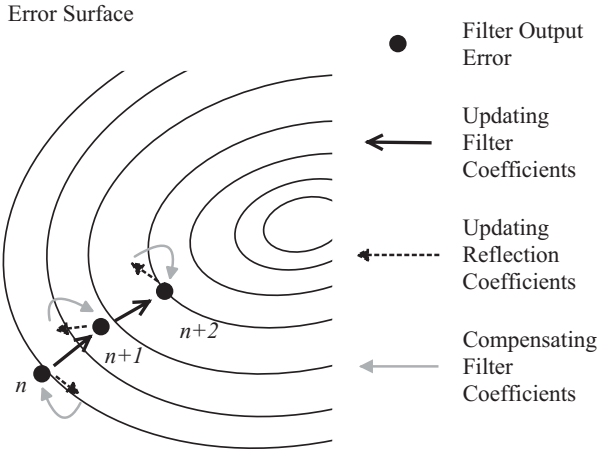


図 2: 同期形学習アルゴリズムと誤差曲面

表 1: 同期形学習アルゴリズムの計算量

	乗算	加算
同期法	$2ML + 3M + 9L + 2$	$2ML + 3M + 5L$
NLMS	$3M + 2$	$3M$
RLS	$3M^2 + 4M$	$2M^2 + 3M$

め、RLS に比べて大幅に削減できるが、NLMS に比べて多い。

近似的補正法は、式 (18) の行列 $K(n)$ を分割することで実現する。この行列 $K(n)$ は、第 1 行 2 列から第 L 行 $L + 1$ 列の要素は、反射係数が更新によって、毎サンプル計算される。反射係数は入力信号の AR モデルを推定するために更新されているため、行列 $K(n)$ の要素がサンプル毎に変化量は予測できない。しかし、第 $L + 2$ 列目以降の要素はそれぞれ前行前列の要素を 1 サンプル遅延したものに等しい。そのため、1 サンプル後に与えられる要素の値は既知である。

そこで、この毎サンプル更新される第 1 行 2 列から第 L 行 $L + 1$ 列の要素を含む、 U 行 U 列の部分行列を用いて、適応フィルタ係数の補正を近似する。式 (18) の行列 $K(n)$ の U 行 U 列の部分行列は、

$$K_{U,U}(n) = \begin{bmatrix} 1 & K_{0,1}(n) & \cdots & K_{0,L}(n) & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \ddots & \vdots & \ddots & \ddots \\ \vdots & 0 & \ddots & K_{L-1,L}(n) & \ddots & \ddots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 1 & \ddots & K_{0,L}(n-U_L) \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (25)$$

である。ここで、 $U_L = U - L + 1$ である。ただし、 $L \leq$

表 2: 近似的補正法の計算量

	近似的補正法	同期形学習法
乗算	$2UL + 3M + 9L + 2$	$2ML + 3M + 9L + 2$
加算	$2UL + 3M + 5L$	$2ML + 3M + 5L$

$U \leq M$ で、 U は補正を行う範囲を示す。この部分行列 $K_{U,U}(n)$ を用いて、式 (18) の行列 $K(n)$ を次式の部分行列 $\tilde{K}(n)$ で近似する。

$$\tilde{K}(n) = \left[\begin{array}{c|c} K_{U,U}(n) & \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{0} & I \end{array} \right] \quad (26)$$

ここで、 I は単位行列で、 $M - U$ 行 $M - U$ 列である。この $\tilde{K}(n)$ を用いて、式 (23) の補正を行うと、

$$\tilde{K}(n+1) \begin{bmatrix} \hat{w}_0(n+1) \\ \vdots \\ \hat{w}_{U-2}(n+1) \\ w_{U-1}(n+1) \\ \vdots \\ w_{M-1}(n+1) \end{bmatrix} = \tilde{K}(n) \mathbf{w}(n+1) \quad (27)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{w}_0(n+1) \\ \vdots \\ \hat{w}_{U-2}(n+1) \\ w_{U-1}(n+1) \\ \vdots \\ w_{M-1}(n+1) \end{bmatrix} = \tilde{K}(n+1)^{-1} \tilde{K}(n) \mathbf{w}(n+1) \quad (28)$$

となる。これによって、同期形学習アルゴリズムで補正される適応フィルタ係数は、 $\hat{w}_0(n+1)$ から $\hat{w}_{U-1}(n+1)$ までの $U - 1$ 行となる。式 (25) の部分行列 $K_{U,U}(n)$ の第 U 行 U 列目の要素は 1 であるため補正されない。

このように、同期形学習アルゴリズムの近似的補正法によって、適応フィルタ係数に補正される部分と補正されない部分ができる。これは、補正を行う範囲 U の大きさによって決定され、必要な計算量も決定される。補正を行う範囲 U は、 $L \leq U \leq M$ であるため、近似的補正法を行わない方法より計算量の軽減が可能である。

これらの計算量を表 2 に示す。

4 シミュレーション

シミュレーションで用いた入力信号は、図 3 に示す日本音響学会編集の研究用連続音声データベースから作成した音声信号とした。この音声信号のサンプリング周波数は 8KHz である。未知システムには 20 次 IIR-LPF を

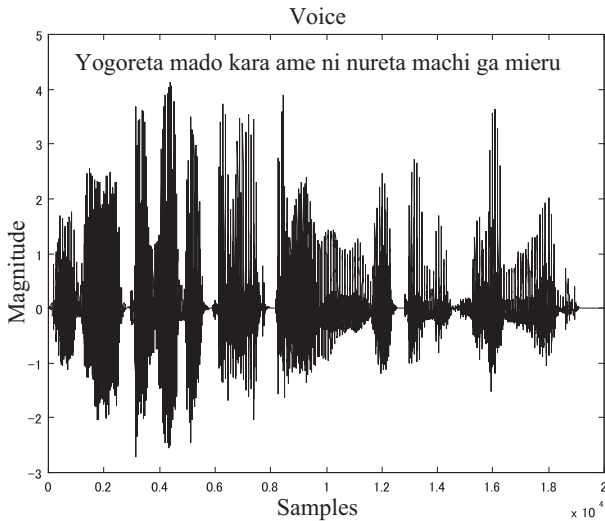


図 3: 音声信号

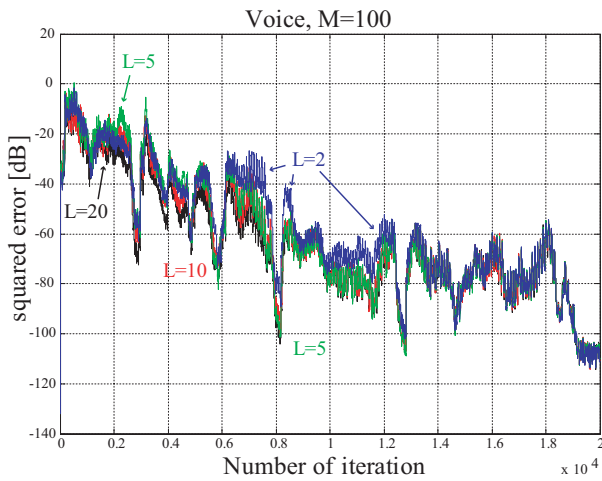


図 4: ラチス形予測器の次数と収束特性

用いた．適応フィルタの次数 $M = 100$ である．それぞれの誤差評価は未知システムのインパルス応答の自乗平均で正規化し dB 表示している．

一般に音声信号は，予測器の次数 $L = 20$ で十分白色化できる [10]．そのため，ラチス形予測器による直交化適応フィルタは白色化を前提に予測器次数 L を 20 次以上で検討していた．本稿では，予測器次数 L を 20 次以下に制限したシミュレーションを行った．図 4 は，ラチス形予測器の次数が $L = 20$ ， $L = 10$ ， $L = 5$ と $L = 2$ である． $L = 20$ の場合に比べ， $L = 10$ ， $L = 5$ と $L = 2$ は収束速度が遅くなっている． $L = 10$ と $L = 5$ は，更新回数が約 8000 回で $L = 20$ の特性と同等になっている．また，誤差の増加量は， $L = 20$ に比べ， $L = 10$ で約 5dB 程度， $L = 5$ で約 10dB 程度である．しかし， $L = 2$ の場合は，更新回数が約 14000 回で $L = 20$ の特性に近似し，さらに誤差の増加量も最大で約 20dB である．これらより，音声信号の場合，予測次数は $L = 5$ 以上必要であるといえる．

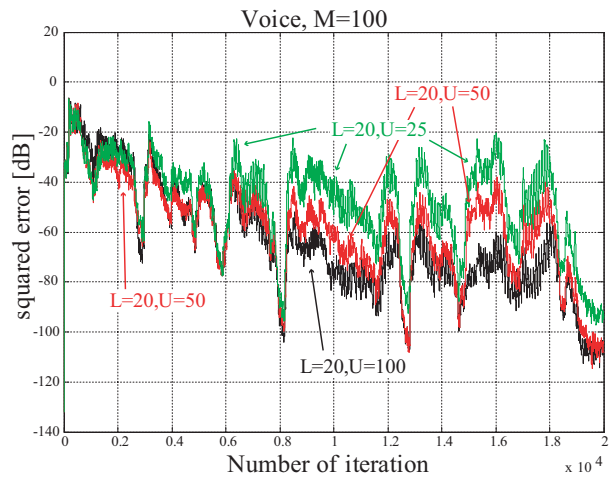


図 5: 近似的補正法の音声信号入力に対する収束特性

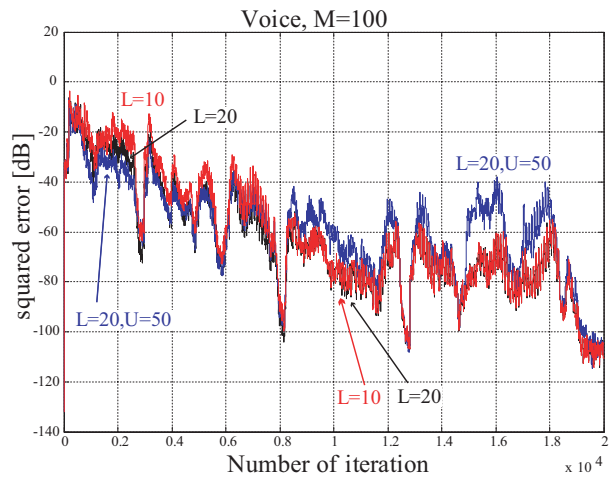


図 6: 音声信号入力に対す収束特性 (その 1)

図 5 は，近似的補正法で補正範囲 $U = 25$ と $U = 50$ ，近似的補正法を用いない同期形学習アルゴリズムを比較した．ラチス形予測器の次数は $L = 20$ である．補正範囲 $U = 25$ と $U = 50$ の両方で，更新回数が約 3000 回付近までの学習曲線初期で誤差量が近似的補正法を用いない $L = 20$ より誤差が少なくなっている．それ以降は，近似的補正法を用いた特性の誤差量は増加する．

表 2 の近似的補正法の計算量の U を M の半分とした場合，同期形学習法の予測器次数 L を近似的補正法の半分にすれば計算量はほぼ同値となる．この条件で近似的補正法と予測器次数を制限した場合についてシミュレーションを行った．予測器次数 $L = 20$ で補正範囲 $U = 50$ の場合と，予測器次数 $L = 10$ の特性を図 6 に示す．また，予測器次数 $L = 10$ で補正範囲 $U = 50$ の場合と，予測器次数 $L = 5$ の特性を図 7 に示す．比較のため，予測器次数 $L = 10$ の特性を図 7 に，次数 $L = 20$ の特性を両方に追加した．図 6 と図 7 で，近似的補正法の学習曲線初期の誤差が少なくなっている．これは，図 5 と同様の傾向である．しかし，更新回数約 8000 回付近で予

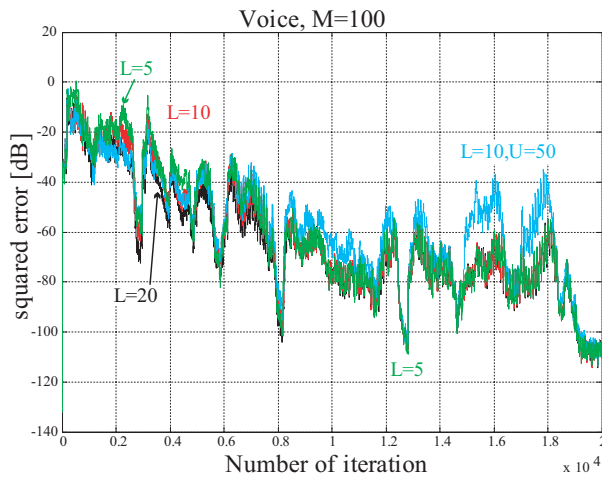


図 7: 音声信号入力に対する収束特性 (その 2)

測器次数を削減した方法が, 図 7 では “ $L = 20$ ” に, 図 7 では “ $L = 10$ ” とほぼ同じ誤差量になっているが, 近似的補正法の誤差は, いずれも最大約 20dB 程度増加する. これらより, 予測器次数を制限した方法が全体的に安定性しているといえる.

5 まとめ

本稿では, ラチス形予測器によるの直交適応フィルタの同期形学習アルゴリズムにおいて, 予測器次数の制限による計算量の軽減と収束速度特性の劣化, および近似的補正法との比較を行った. 近似的補正法は, 補正する適応フィルタ係数を制限して, 補正適応フィルタ係数の演算量を軽減する. 一方, 予測器次数を制限することで補正適応フィルタ係数の演算量を軽減する. 音声信号を用いたシミュレーションの結果, 予測器次数が少ないほど収束速度が遅くなり, 誤差も増加する. しかし, 十分な予測器次数の特性に近似した後は安定に一致することから, シミュレーションに用いた予測器次数から 5 次以上は必要であるといえる. 近似的補正法の補正範囲 U をフィルタ長 M の半分にした場合, 予測器次数 L を半分にするとはほぼ同等の計算量となる. この条件でのシミュレーションの結果, 近似的補正法を用いた特性の誤差量が学習曲線初期では予測器次数を制限した方法より誤差が少ない. この初期部分については, 予測器次数を制限していない方法よりも誤差が少ない. これについては, 今後解析し検討する必要がある. 更新回数が約 8000 回以降は, 予測器次数を制限した方法は誤差量が少なくなるが, 近似的補正法は誤差が減少しなくなる. 近似的補正法の補正範囲 U がフィルタ長 M の半分程度であれば, 誤差量の増加を押さえることが可能であるが, 予測器次数を制限した方法に比べて全体的な誤差量の点でやや不

利であることを確認した.

参考文献

- [1] S. Haykin, *Adaptive Filter Theory*, Prentice-Hall, 2002.
- [2] J.H. Yoo, S.H. Cho and D.H. Youn, “A Lattice/Transversal Joint(LTJ) Structure for an Acoustic Echo Canceller,” 1995 ISCAS, Vol. 2, pp.1090–1093, 1995.
- [3] J.J. Shynk, “Frequency-Domain and Multirate Adaptive Filtering,” IEEE SP Magazine, pp.14–37, Jan., 1992.
- [4] F. Beaufays, “Transform-Domain Adaptive Filters: an Analytical Approach,” IEEE Trans. Signal Process., Vol. 43, No. 2, pp.422–431, Feb., 1995.
- [5] S.H. Leung and C.C. Chu, “Adaptive LMS Filter with Lattice Prefilter,” Electron. Lett., Vol. 33, Iss. 1, pp.34–35, Jan., 1997.
- [6] N. Tokui, K. Nakayama and A. Hirano, “A Synchronized Learning Algorithm for Reflection Coefficients and Tap Weights in A Joint Lattice Predictor and Transversal Filter,” 2001 IEEE ICASSP, Vol. 6, pp.3741–3744, May, 2001.
- [7] 徳井 直樹 中山 謙二 平野 晃宏, “格子形予測器と FIR フィルタによる 2 ステージ適応フィルタの収束性解析と同期形学習アルゴリズム,” 信学論 (A), Vol. J85-A, No. 11, pp.1157–1167, Nov., 2002.
- [8] N. Tokui, K. Nakayama and A. Hirano, “Block Implementation of A Synchronized Learning Algorithm in Adaptive Lattice Filters,” 2003 IEEE ICASSP, Vol. 6, pp.349–352, Apr., 2003.
- [9] 徳井 直樹 中山 謙二 平野 晃宏, “ラチス形予測器で入力の直交化を行う適応フィルタの同期形学習アルゴリズムの近似的補正法,” 第 17 回 DSP シンポジウム, C4-2, Nov., 2002.
- [10] J.D. Markel and A.H. Gray, (鈴木 久喜 訳), “音声の線形予測,” コロナ社, 1980.