# 論　文

# 格子形予測器とFIRフィルタによる2ステージ適応フィルタの収束性解析と同期形学習アルゴリズム

徳井　直樹[†*]　　中山　謙二[††]　　平野　晃宏[††]

# Convergence Analysis and a Synchronized Learning Algorithm for a Joint Lattice Predictor and FIR Adaptive Filter

Naoki TOKUI[†*], Kenji NAKAYAMA[††], and Akihiro HIRANO[††]

**あらまし**　格子形予測器と FIR フィルタを組み合わせる 2 ステージ適応フィルタにおいて，伝達関数は反射係数とフィルタ係数を含むため，従来の学習法では反射係数とフィルタ係数の更新が整合しておらず誤差の減少を保証できないことを明らかにした．この問題を解決するために，反射係数の更新に同期して適応フィルタの係数を補正する学習アルゴリズムを提案した．$n$ サンプル時に更新された反射係数 $\boldsymbol{\kappa}(n)$ とこれを用いて更新されたフィルタ係数 $\boldsymbol{w}(n+1)$ による伝達関数を $n+1$ サンプル時に更新された反射係数 $\boldsymbol{\kappa}(n+1)$ に対しても同じにするためにフィルタ係数 $\boldsymbol{w}(n+1)$ を補正して，$n+1$ サンプル時の出力計算に使用する．更新に要する計算量は 2（予測次数 × フィルタ次数）である．白色雑音，有色雑音及び音声を入力信号として未知システムを推定するシミュレーションを行い，従来法と比較した．反射係数変動に対してフィルタ係数を補正しない従来法は推定誤差が十分に低減できないこと，提案法は音声入力に対して NLMS より 4 ∼ 5 倍速く収束すること，及び誤差は RLS と同等であることを確認した．予測次数 ≪ フィルタ次数の場合は RLS に比べて計算量も大幅に低減できる．

**キーワード**　適応フィルタ，格子形予測器，反射係数，こう配法，NLMS

## 1. まえがき

ディジタル LSI 技術の発達により，適応フィルタはエコーキャンセラやノイズキャンセラなどに広く応用されるようになってきた．実際の応用において適応フィルタに求められる特性として，非定常な有色入力に対する高速な収束特性，数値的計算上の安定性，及び処理に要する計算量が少ないことなどが挙げられる．正規化 LMS（NLMS）などのこう配法は，計算量がフィルタ次数 $M$ に対して $O(M)$ であることや，数値的安定性の点からよく用いられる．しかし，こう配法は入力信号の相関行列における固有値広がりの影響を受けやすく，有色入力に対して収束が遅くなる [1]．これに対して，巡回形最小 2 乗法（RLS）は入力信号の種類にかかわりなく高速な収束特性が得られる．しかし，RLS の計算量は $O(M^2)$ となる．この RLS の計算量を軽減した方法として FTF があるが数値計算上不安定である [1]．これらを改善する一つの方法として，入力信号の白色化とこう配法による FIR 適応フィルタを組み合わせた 2 ステージ適応フィルタがある [1]．この方法は，入力信号を白色化して FIR 適応フィルタに入力することで，こう配法における入力信号の固有値広がりの影響を回避するものである．入力信号の白色化は FIR フィルタのタップ係数への入力時系列の直交化に相当する．2 ステージ適応フィルタの構成を図 1 に示す．白色化，すなわち直交化（Orthogonalization）のブロックと FIR 適応フィルタが縦続接続されている．第 1 ステージの直交化ブロックには，予測誤差フィルタ，離散フーリエ変換，離散コサイン変換などを用いた方法がある [1]〜[5]．直交化に格子形予測誤差フィルタを用いる方法は，入力信号の自己回帰（AR）

† 金沢大学大学院自然科学研究科，金沢市
Graduate School of Natural Science and Technology, Kanazawa University, 2–40–20 Kodatsuno, Kanazawa-shi, 920–8667 Japan
†† 金沢大学工学部，金沢市
Faculty of Engineering, Kanazawa University, 2–40–20 Kodatsuno, Kanazawa-shi, 920–8667 Japan
* 現在，石川工業高等専門学校電気工学科

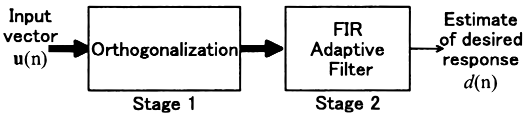


図 1　2 ステージ適応フィルタ
Fig. 1　Two-stage adaptive filter.

モデルを推定し，白色化された予測誤差を FIR 適応フィルタの入力として用いることによりこう配法における収束特性を改善する [1], [5], [6].

この格子形予測器の反射係数は入力信号のみに依存して更新される．2 ステージ適応フィルタ全体の伝達関数は反射係数も含むため，その変動はフィルタ係数の更新に影響する．入力が音声信号のように非定常過程の場合，反射係数はサンプルごとに更新するため，この変動の影響は避けられない．適応フィルタの出力誤差でフィルタ係数を更新し，同じ入力信号に対して更新されたフィルタ係数でフィルタ出力を得る方法もあるが [5]，反射係数変動の影響は残っている．これまでの研究では，フィルタ係数更新に対する反射係数変動の影響が十分に解析されておらず，また，この影響を回避できる学習アルゴリズムも提案されていない.

本論文では，まず，予測誤差フィルタの反射係数変動が FIR 適応フィルタの係数更新に与える影響について理論的に解析する．次に，この解析結果に基づき反射係数の更新に対してフィルタ係数の補正を行う学習アルゴリズムを提案する．更に，新しい学習アルゴリズムに要する計算量の見積りを行う．最後に，自己回帰（AR）モデルで生成される定常有色信号及び音声を入力信号とした計算機シミュレーションにより提案方法の有効性を確認する.

## 2. 格子形予測器を用いた 2 ステージ適応フィルタ

図 2 に示す $M$ 次の格子形予測器を使った 2 ステージ適応フィルタ [1] について説明する.

### 2.1 格子形予測器の反射係数更新

図 2 の第 1 ステージにおける格子形予測器 1 段当りの予測誤差の更新は,

$$f_m(n) = f_{m-1}(n) + \kappa_m^*(n) b_{m-1}(n-1) \quad (1)$$

$$b_m(n) = b_{m-1}(n-1) + \kappa_m(n) f_{m-1}(n) \quad (2)$$

$$m = 1, 2, \ldots, M-1$$

$$f_0(n) = b_0(n) = u(n) \quad (3)$$

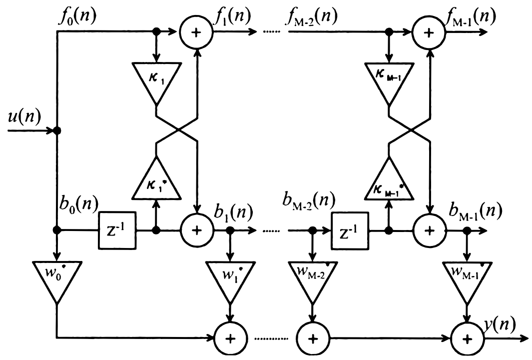


図 2　格子形予測器を用いた 2 ステージ適応フィルタ
Fig. 2　Two-stage adaptive filter using lattice predictor.

である．ここで，$*$ は複素共役である．$m$ 段目の反射係数 $\kappa_m(n)$ は，前段の前向き予測誤差 $f_{m-1}(n)$ と後向き予測誤差 $b_{m-1}(n-1)$ から次のように求まる.

$$\kappa_m(n) = -\frac{2E[b_{m-1}(n-1) f_{m-1}^*(n)]}{E[|f_{m-1}(n)|^2 + |b_{m-1}(n-1)|^2]} \quad (4)$$

期待値の計算は，音声信号などの非定常入力信号への対応が難しいので，忘却係数 $(0 < \gamma < 1)$ を用いたリーク積分とする.

$$\kappa_{N,m}(n) = \gamma \kappa_{N,m}(n-1) + b_{m-1}(n-1) f_{m-1}^*(n) \quad (5)$$

$$\kappa_{D,m}(n) = \gamma \kappa_{D,m}(n-1) + \left(|f_{m-1}(n)|^2 + |b_{m-1}(n-1)|^2\right) \quad (6)$$

$$\kappa_m(n) = -2\frac{\kappa_{N,m}(n)}{\kappa_{D,m}(n)} \quad (7)$$

格子形予測誤差フィルタは前向き及び後向き予測誤差 $f_m(n), b_m(n)$ を出力する．入力信号に対する予測次数，すなわち格子形予測器の段数が十分であれば予測誤差は白色化される.

### 2.2 FIR 適応フィルタのフィルタ係数更新

第 1 ステージの後向き予測誤差 $\boldsymbol{b}(n)$ と，フィルタ係数 $\boldsymbol{w}(n)$ を畳み込んで出力 $y(n)$ を得る.

$$\boldsymbol{b}(n) = [b_0(n), \ldots, b_{M-1}(n)]^T \quad (8)$$

$$\boldsymbol{w}(n) = [w_0(n), \ldots, w_{M-1}(n)]^T \quad (9)$$

$$y(n) = \boldsymbol{w}^H(n) \boldsymbol{b}(n) \quad (10)$$

ここで，$T$ は行列及びベクトルの転置を，$H$ はエルミート変換を表す．

適応フィルタの係数 $\boldsymbol{w}(n)$ の更新にはこう配法を用いる．ここでは正規化 LMS アルゴリズムとする．正規化は適応フィルタの各タップ入力である後向き予測誤差 $\boldsymbol{b}(n)$ の 2 乗和により行う．未知システムの出力 $d(n)$ と適応フィルタの出力 $y(n)$ より誤差は，

$$e(n) = d(n) - y(n) \tag{11}$$

となる．これらを用いて適応フィルタの係数更新は次のようになる．

$$\boldsymbol{w}(n+1) = \boldsymbol{w}(n) + \frac{\alpha}{\|\boldsymbol{b}(n)\|^2 + \delta}\boldsymbol{b}(n)e(n) \tag{12}$$

ここで，正の定数 $(0 < \delta \ll 1)$ を用いる．

## 3. 反射係数の更新と収束特性の解析

### 3.1 反射係数 $\boldsymbol{\kappa}$ を含む伝達関数の表現

図 2 のフィルタ出力信号 $y(n)$ は，式 (10) より，

$$y(n) = w_0^*(n)b_0(n) + w_1^*(n)b_1(n) + \dots + w_{M-1}^*(n)b_{M-1}(n) \tag{13}$$

である．ここで，後向き予測誤差 $\boldsymbol{b}(n)$ は，入力信号

$$\boldsymbol{u}(n) = [u(n), u(n-1), \dots, u(n-M+1)]^T \tag{14}$$

と反射係数で構成されるため，

$$\boldsymbol{b}(n) = \boldsymbol{K}^H(n)\boldsymbol{u}(n) \tag{15}$$

と表される．行列 $\boldsymbol{K}(n)$ は図 2 より対角要素が 1 の上三角行列であり，非対角要素は反射係数で構成される [5]〜[8]．

$$\boldsymbol{K}(n) = \begin{bmatrix} 1 & K_{0,1}(n) & K_{0,2}(n) & \cdots & K_{0,M-1}(n) \\ 0 & 1 & K_{1,2}(n) & \cdots & K_{1,M-1}(n) \\ \vdots & \ddots & 1 & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \ddots & \ddots & K_{M-2,M-1}(n) \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \tag{16}$$

付録に行列 $\boldsymbol{K}(n)$ の要素の導出法を示す．式 (10) と式 (15) より出力信号 $y(n)$ は，

$$y(n) = \boldsymbol{w}^H(n)\boldsymbol{K}^H(n)\boldsymbol{u}(n) \tag{17}$$

と表される．ここで，$\boldsymbol{w}^H(n)\boldsymbol{K}^H(n)$ は 2 ステージ適応フィルタのインパルス応答，すなわち伝達特性に相当する．

### 3.2 収束特性に対する反射係数更新の影響

フィルタ係数の更新式は，式 (11)，式 (12) と式 (17) より次式となる．

$$\begin{cases} \boldsymbol{b}(n) = \boldsymbol{K}^H(n)\boldsymbol{u}(n) \\ y(n) = \boldsymbol{w}^H(n)\boldsymbol{b}(n) \\ e(n) = d(n) - y(n) \\ \boldsymbol{w}(n+1) = \boldsymbol{w}(n) + \dfrac{\alpha}{\|\boldsymbol{b}(n)\|^2 + \delta}\boldsymbol{b}(n)e(n) \end{cases} \tag{18}$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{b}(n+1) = \boldsymbol{K}^H(n+1)\boldsymbol{u}(n+1) \\ y(n+1) = \boldsymbol{w}^H(n+1)\boldsymbol{b}(n+1) \\ e(n+1) = d(n+1) - y(n+1) \\ \boldsymbol{w}(n+2) = \boldsymbol{w}(n+1) \\ \qquad + \dfrac{\alpha}{\|\boldsymbol{b}(n+1)\|^2 + \delta}\boldsymbol{b}(n+1)e(n+1) \end{cases} \tag{19}$$

この関係を図 3 に示す．$n$ サンプル時では，$\boldsymbol{K}(n)$ を用いて $y(n)$，$e(n)$ が計算され，$\boldsymbol{w}(n)$ が $\boldsymbol{w}(n+1)$ に更新される．すなわち，$\boldsymbol{w}(n+1)$ は $\boldsymbol{K}(n)$ に対して出力誤差の減少を保証している．しかし，次の $n+1$ サンプル時では，$\boldsymbol{w}(n+1)$ は $\boldsymbol{K}(n+1)$ と組み合わされて $y(n+1)$，$e(n+1)$ が計算される．$\boldsymbol{K}(n+1)$ は $\boldsymbol{K}(n)$ から変化しているため，組み合わされる $\boldsymbol{w}(n+1)$ が

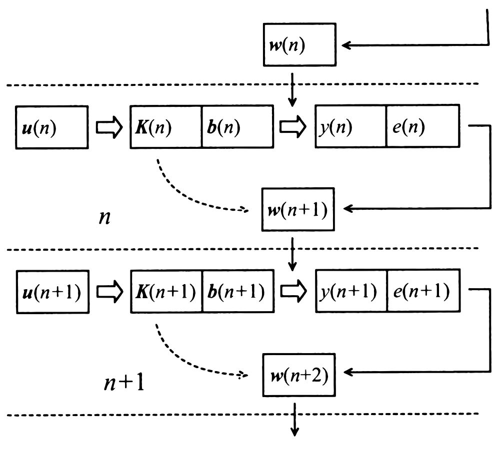


図 3　反射係数とフィルタ係数の更新手順
Fig. 3　Schedule of updating reflection coefficients and filter coefficients.

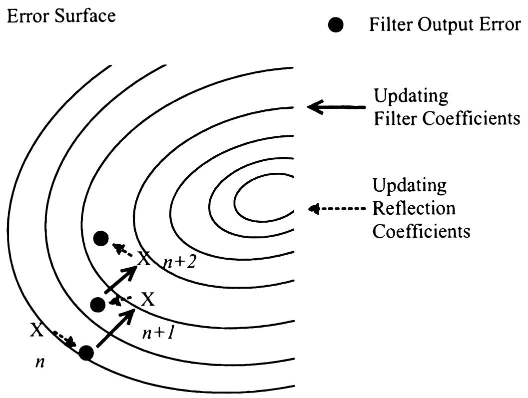


図 4 係数更新と誤差曲面
Fig. 4 Updating reflection coefficients and filter coefficients in error surface.

$e(n+1)$ の減少を保証していない．このため出力誤差が十分に低減されないことになる．

これらの係数更新と誤差の関係を図 4 に示す．反射係数 $\boldsymbol{\kappa}$，及び行列 $\boldsymbol{K}$ は適応フィルタの入力信号を白色化する方向に更新される．これにより，相関行列の固有値広がりが小さくなり，誤差曲面の等高面を真円に近づけることができ，学習の高速化を行うことができる．しかし，反射係数 $\boldsymbol{\kappa}$ の更新はフィルタ係数 $\boldsymbol{w}$ の更新とは独立に行われるため，伝達関数がわずかに変動する．誤差曲面上の動きで見ると，フィルタ係数 $\boldsymbol{w}$ は実線で示すように出力誤差を減少する方向に更新される．一方，反射係数 $\boldsymbol{\kappa}$ の更新により，誤差曲面の形状は固有値広がりの小さい方向に変化するが，同時に，更新された反射係数を用いた伝達関数は破線で示すようにわずかに変動する．したがって，従来の方法では，白色化により高速化されるが，出力誤差が小さい領域では，伝達関数変動の影響により，収束が遅くなり，出力誤差も飽和することになる．収束速度と出力誤差に対する反射係数更新の影響についての理論的な解析は今後の課題であるが，本論文では，**6.** でシミュレーションによる数値的な解析を行う．

### 3.3 反射係数更新による出力誤差の下限

理想的な固定された反射係数に対する適応フィルタの出力 $y(n)$ に対して，反射係数の変動による出力の変動 $\Delta y(n)$ を解析する．一つの反射係数 $\kappa_i(n)$ の変動が行列 $\boldsymbol{K}$ に与える影響は，

$$\frac{\partial \boldsymbol{K}(n)}{\partial \kappa_i(n)} \Delta\kappa_i(n) \tag{20}$$

である．ここで，$\Delta\kappa_i(n)$ は 1 サンプル当りの変化分である．更に，すべての反射係数が変動することによる $\boldsymbol{K}(n)$ の変動は式 (16) より，

$$\Delta \boldsymbol{K}(n) = \sum_i \sum_j \frac{\partial \boldsymbol{K}(n)}{\partial \kappa_i(n-j)} \Delta\kappa_i(n-j) \tag{21}$$

となる．これより，

$$\begin{aligned} & y(n) + \Delta y(n) \\ & \quad = \boldsymbol{w}^H(n) \left[ \boldsymbol{K}^H(n) + \Delta \boldsymbol{K}^H(n) \right] \boldsymbol{u}(n) \end{aligned} \tag{22}$$

となる．出力誤差は次式で決まる変動分 $\Delta y(n)$ より小さくすることはできない．

$$\Delta y(n) = \boldsymbol{w}^H(n) \Delta \boldsymbol{K}^H(n) \boldsymbol{u}(n) \tag{23}$$

この式に基づく数値解析を **6.** で示す．

ここで，格子予測器による白色化は，楕円形の誤差曲面を真円形に近づけることで，こう配法における有色信号の収束速度を高速化する．しかし，**3.2** で述べたように，反射係数 $\boldsymbol{\kappa}$ とフィルタ係数 $\boldsymbol{w}$ の更新による組合せは誤差の減少を保証できない．そのため，図 4 のように誤差曲面の最小点に近づくことができない影響が残る．これが式 (23) で推定される残留誤差となる．

### 3.4 Posteriori error を用いる方法との比較

Posteriori error を用いた Friedlander の方法 [5] がある．この方法は，誤差 $e(n)$ を使ってフィルタ係数を $\boldsymbol{w}(n)$ から $\boldsymbol{w}(n+1)$ に更新し，$\boldsymbol{w}(n+1)$ に対して同じ入力を用いてフィルタ出力 $y'(n)$ と新たな誤差 $e'(n)$ を求める．

$$y'(n) = \boldsymbol{w}^H(n+1) \boldsymbol{b}(n) \tag{24}$$

$$e'(n) = d(n) - y'(n) \tag{25}$$

この Posteriori error $e'(n)$ は $e(n)$ より低減させるので，$y(n)$ の代わりに $y'(n)$ を出力することにより収束が速くなる．

この関係を図 5 に示す．$n$ サンプル時では，$\boldsymbol{K}(n)$ を用いて $y(n)$，$e(n)$ が計算され，$\boldsymbol{w}(n)$ が $\boldsymbol{w}(n+1)$ に更新される．$\boldsymbol{w}(n+1)$ は $\boldsymbol{K}(n)$ に対して出力誤差の減少を保証していることから，再計算される $y'(n)$ は $y(n)$ より最適である．しかし，次の $n+1$ サンプル時では，$\boldsymbol{w}(n+1)$ は $\boldsymbol{K}(n)$ から変化している $\boldsymbol{K}(n+1)$ と組み合わされて $y(n+1)$，$e(n+1)$ が計算される．すなわち，$e(n+1)$ が $e'(n)$ から低減されるという保

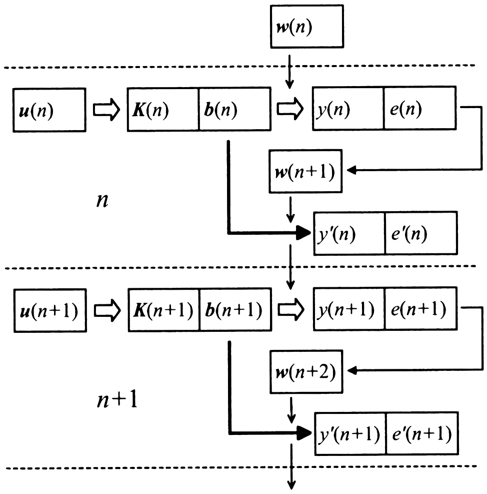


図 5　Posteriori error を用いた反射係数とフィルタ係数の更新手順
Fig. 5　Schedule of updating reflection coefficients and filter coefficients by posteriori error.

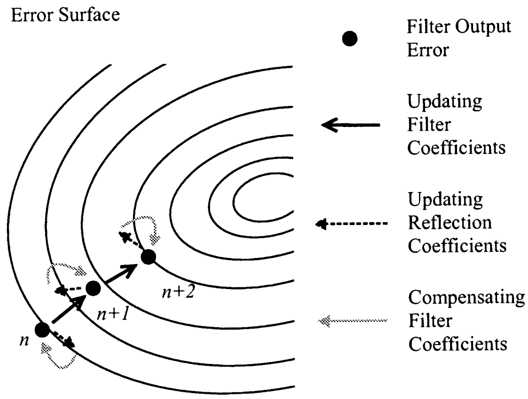


図 6　同期形学習アルゴリズムと誤差曲面
Fig. 6　A synchronized learning algorithm in error surface.

証はない．$e(n+1)$ を用いて $\boldsymbol{w}(n+1)$ が更新されて $\boldsymbol{w}(n+2)$ となる．したがって，$e'(n+1)$ は $e(n+1)$ より低減される．しかし，$e(n+1)$ が $e'(n)$ から低減される保証がないため，出力誤差が十分に低減されない．このように，Posteriori error を用いる方法は，更新手順に出力誤差の減少を保証しない組合せが必要になることから，従来の学習法の問題点を完全には解決できない．

また，この Posteriori error を用いた方法は，**4.** で提案する方法と組み合わせることができる．

## 4.　同期形学習アルゴリズム

### 4.1　反射係数更新に対するフィルタ係数の補正

**3.2** で述べたように，$\boldsymbol{w}(n+1)$ は $\boldsymbol{K}(n)$ に対して $e(n)$ が減少することを保証している．一方，$\boldsymbol{K}(n+1)$ に対して $\boldsymbol{w}(n+1)$ は $e(n+1)$ の減少が保証されていない．

そこで，本論文では，反射係数の更新によって伝達関数が変化しないように，$\boldsymbol{w}(n+1)$ を補正する同期形学習アルゴリズムを提案する．

$\boldsymbol{K}(n)$ を用いて更新された $\boldsymbol{w}(n+1)$ と $\boldsymbol{K}(n)$ を用いて適応フィルタの出力と誤差を表現する．

$$\tilde{y}(n+1) = \boldsymbol{w}^H(n+1)\boldsymbol{K}^H(n)\boldsymbol{u}(n+1) \qquad (26)$$

$$\tilde{e}(n+1) = d(n+1) - \tilde{y}(n+1) \qquad (27)$$

$\tilde{e}(n+1)$ はこう配法によって $e(n+1)$ より減少する．しかし，$n+1$ サンプル時には $\boldsymbol{K}(n)$ は既に $\boldsymbol{K}(n+1)$ に更新されており，式 (26) を直接計算することはできない．そこで，$\boldsymbol{w}(n+1)$ を補正して式 (26) と等価な出力を得ることにする．補正したフィルタ係数を $\hat{\boldsymbol{w}}(n+1)$ として，次式で与えられる出力 $\hat{y}(n+1)$ と式 (26) の $\tilde{y}(n+1)$ を等しいとおく．

$$\hat{y}(n+1) = \hat{\boldsymbol{w}}^H(n+1)\boldsymbol{K}^H(n+1)\boldsymbol{u}(n+1) \qquad (28)$$

これより次の関係を得る．

$$\boldsymbol{K}(n+1)\hat{\boldsymbol{w}}(n+1) = \boldsymbol{K}(n)\boldsymbol{w}(n+1) \qquad (29)$$

$$\hat{\boldsymbol{w}}(n+1) = \boldsymbol{K}(n+1)^{-1}\boldsymbol{K}(n)\boldsymbol{w}(n+1) \qquad (30)$$

$n+1$ サンプル時において，$\boldsymbol{w}(n+1)$ の代わりに $\hat{\boldsymbol{w}}(n+1)$ を用いることにより反射係数変動の影響をなくすことができる．

これらの関係は図 6 に示すように，反射係数の更新により変動した位置を元に戻すようにフィルタ係数を補正し，次のサンプルで誤差が減少する方向にフィルタ係数を更新する．

この方法は，反射係数の更新に対して“同期”してフィルタ係数を補正するので，この学習法を“同期形学習アルゴリズム”と呼ぶことにする．このフィルタ係数を補正する方法は FIR 適応フィルタの学習アルゴリズムとは独立しており，任意の方法に適用できる．

### 4.2　同期形学習の手順

同期形学習アルゴリズムの係数更新手順を図 7 に示す．図 3 と比べ，式 (30) による補正フィルタ係数

$\hat{\boldsymbol{w}}(n)$ を計算する手順が追加されている．

$$\begin{cases} \boldsymbol{K}(n-1) \rightarrow \boldsymbol{K}(n) \\ \boldsymbol{b}(n) = \boldsymbol{K}^H(n)\boldsymbol{u}(n) \\ \hat{\boldsymbol{w}}(n) = \boldsymbol{K}(n)^{-1}\boldsymbol{K}(n-1)\boldsymbol{w}(n) \\ \hat{y}(n) = \hat{\boldsymbol{w}}^H(n)\boldsymbol{b}(n) \\ \hat{e}(n) = d(n) - \hat{y}(n) \\ \boldsymbol{w}(n+1) = \hat{\boldsymbol{w}}(n) + \dfrac{\alpha}{\|\boldsymbol{b}(n)\|^2 + \delta}\boldsymbol{b}(n)\hat{e}(n) \end{cases} \tag{31}$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{K}(n) \rightarrow \boldsymbol{K}(n+1) \\ \boldsymbol{b}(n+1) = \boldsymbol{K}^H(n+1)\boldsymbol{u}(n+1) \\ \hat{\boldsymbol{w}}(n+1) = \boldsymbol{K}(n+1)^{-1}\boldsymbol{K}(n)\boldsymbol{w}(n+1) \\ \hat{y}(n+1) = \hat{\boldsymbol{w}}^H(n+1)\boldsymbol{b}(n+1) \\ \hat{e}(n+1) = d(n+1) - \hat{y}(n+1) \\ \boldsymbol{w}(n+2) = \hat{\boldsymbol{w}}(n+1) \\ \qquad + \dfrac{\alpha}{\|\boldsymbol{b}(n+1)\|^2+\delta}\boldsymbol{b}(n+1)\hat{e}(n+1) \end{cases} \tag{32}$$

$n-1$ サンプル時で更新された $\boldsymbol{w}(n)$ は $\boldsymbol{K}(n-1)$ と $\boldsymbol{K}(n)$ を用いて補正され $\hat{\boldsymbol{w}}(n)$ となる．$n$ サンプル時で $\hat{\boldsymbol{w}}(n)$ と $\boldsymbol{K}(n)$ を用いて $\hat{y}(n)$，$\hat{e}(n)$ が計算され $\hat{\boldsymbol{w}}(n)$ が $\boldsymbol{w}(n+1)$ に更新される．$\boldsymbol{w}(n+1)$ は $\boldsymbol{K}(n)$ と $\boldsymbol{K}(n+1)$ を用いて補正され $\hat{\boldsymbol{w}}(n+1)$ となる．$n+1$ サンプル時では $\boldsymbol{K}(n+1)$ と $\hat{\boldsymbol{w}}(n+1)$ を用いて $\hat{y}(n+1)$，$\hat{e}(n+1)$ が計算される．

以上のように，提案方法では，反射係数の更新はFIR 適応フィルタへの入力を白色化するために行われ，これにより全体の伝達関数は変化しない．一方，フィルタ係数の更新は出力誤差を低減するために行われ，これにより全体の伝達関数が変化する．

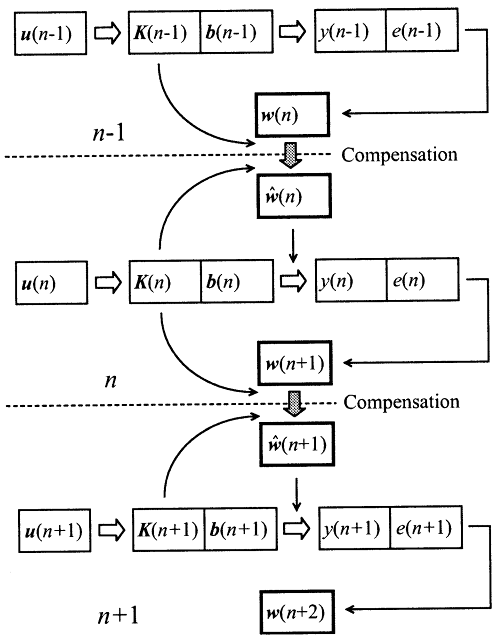


図 7　同期形学習アルゴリズムの係数更新手順
Fig. 7　Schedule of a synchronized learning algorithm.

## 5. 計算量の比較

1 サンプルの時間内でフィルタ係数の更新とフィルタ処理に必要な計算量を比較する．実時間処理ではこの計算量がハードウェアに要求される処理能力を決める．フィルタ次数を $M$，予測器次数を $L$ としたとき，1 サンプル間隔における計算量を表 1 に示す．提案法とは，格子形予測器と FIR フィルタを組み合わせるフィルタで反射係数の変化に対してフィルタ係数の補正を提案した学習アルゴリズムにより行う方法で，従来法とはフィルタ係数の補正を行わない方法である [1]．また，NLMS 及び RLS とは単独の FIR 適応フィルタによる方法であり，予測器は用いていない．

格子形予測器は Yoo ら [2] や Leung ら [6] が示すように，入力信号の AR モデルを推定するもので，その次数は AR モデル次数で決まる．一方，第 2 ステージの適応フィルタ次数は未知システム次数で決まる．このため，適応フィルタ次数が予測器次数より大きくなる場合が多い．この場合，式 (16) の反射係数による行列は帯行列となるため，提案した学習アルゴリズムが必要な計算量は $2ML$ 回となる．RLS と比べた場合，予測器次数 $L$ とフィルタ次数 $M$ が近い場合は計算量はあまり変わらないが，$L \ll M$ の場合には計算量が大幅に削減できる．この条件は通信の分野で満たされる場合が多い．特に，音響エコーキャンセラでは，$L = 20$ 程度に対して $M = 1000 \sim 4000$ 程度となり，サンプル間隔当りの計算量は大幅に削減できる．

表 1　サンプル間隔において必要とされる計算量の比較
Table 1　Comparison of computational complexity required within a sampling period.

| | 乗算器 | 加算器 |
|---|---|---|
| 提案法 | $2ML+3M+9L+2$ | $2ML+3M+5L$ |
| 従来法 | $3M+9L+2$ | $3M+5L$ |
| NLMS | $3M+2$ | $3M$ |
| RLS | $3M^2+4M$ | $2M^2+3M$ |

## 6. シミュレーション

本論文ではシミュレーションで用いる入力信号に，ガウス性白色雑音，白色雑音を 2 次 AR 過程で有色化した信号，及び図 8 に示す日本音響学会編集の研究用連続音声データベースから作成した音声信号とした．未知システムには 20 次 IIR-LPF を用いた．インパルス応答と周波数特性を図 9，図 10 に示す．

### 6.1 出力誤差に対する下限

図 11 は，有色雑音をフィルタ長及び予測次数 $M = L = 100$ の格子形予測器に入力したときの反射係数 $\kappa$ の推定過程である．反射係数 $\kappa$ の更新回数 $n = 5001 \sim 10000$ の平均値は，

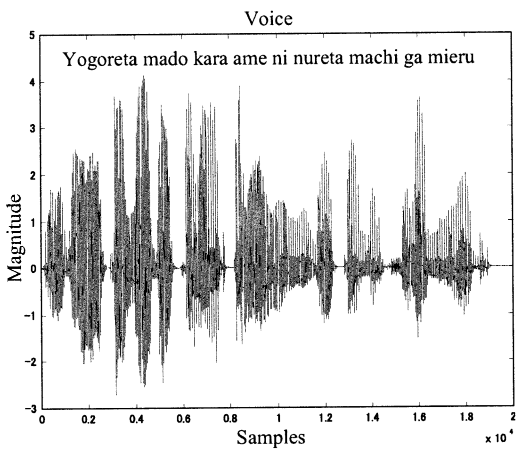


図 8　音 声 信 号
Fig. 8　Voice signal.

$$\bar{\boldsymbol{\kappa}}(n) = \begin{bmatrix} -0.6950 \\ 0.7253 \\ -0.0206 \\ -0.0072 \\ -0.0174 \\ -0.0075 \\ \vdots \end{bmatrix} \tag{33}$$

であった．反射係数 $\kappa$ の 1 サンプル間の変動値は，

$$\Delta\bar{\boldsymbol{\kappa}}(n) = 10^{-4} \cdot \begin{bmatrix} 0.0316 \\ 0.0036 \\ -0.0221 \\ 0.0423 \\ -0.0247 \\ -0.0484 \\ \vdots \end{bmatrix} \tag{34}$$

であった．同様に 2 サンプル間以上の変動値を用いて式 (21) より行列 $\Delta\boldsymbol{K}$ を計算し，式 (22) により得られるフィルタ出力の信号対誤差比は，

$$10 \log_{10} \frac{E[\Delta y^2(n)]}{E[y^2(n)]} \approx -39.98\,\mathrm{dB} \tag{35}$$

となった．これは，反射係数変動の影響により，従来の学習アルゴリズム [1] では，出力誤差を $-39.98\,\mathrm{dB}$ 以下には低減できないことを意味している．

次に，格子形予測器を用いた 2 ステージ形適応フィルタの収束過程を調べ，図 12 に示す．これらは，フィルタ長 $M = 100$ で，学習曲線は 100 回の試行を行い，誤差の 2 乗平均を未知システムの全出力の 2 乗平均で正規化している．各適応フィルタのパラメータは，

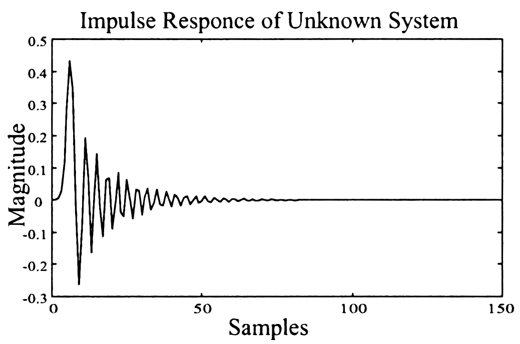


図 9　20 次 IIR-LPF のインパルス応答
Fig. 9　Impulse response of 20th-order IIR-LPF.

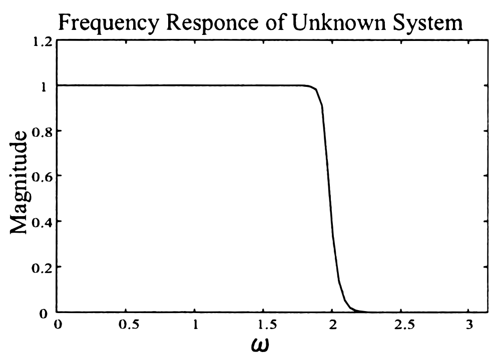


図 10　20 次 IIR-LPF の周波数特性
Fig. 10　Frequency response of 20th-order IIR-LPF.

$\alpha = 1$，$\delta = 0.001$ 及び $\gamma = 0.999$ とした．図 12 の "Ideal $\kappa$ Lattice" は，有色化に使用した 2 次 AR モデルから計算された理想反射係数

$$\kappa_{1i} = -0.69787 \tag{36}$$

$$\kappa_{2i} = 0.7225 \tag{37}$$

$$\kappa_{3i} = \cdots = \kappa_{99i} = 0 \tag{38}$$

を用いて固定した格子形予測器による特性である．"Conventional Lattice" は従来の学習アルゴリズム [1] によるものである．誤差は約 −41 dB であり，これは式 (35) で解析した値とほぼ同等である．これにより，

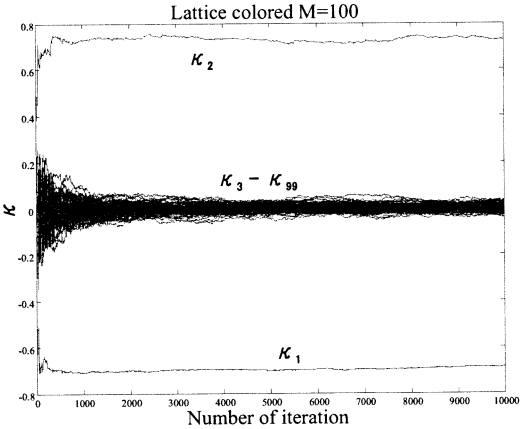


図 11　格子形予測器による有色入力に対する反射係数推定
Fig. 11　Reflective coefficients estimated by lattice predictor for colored input.

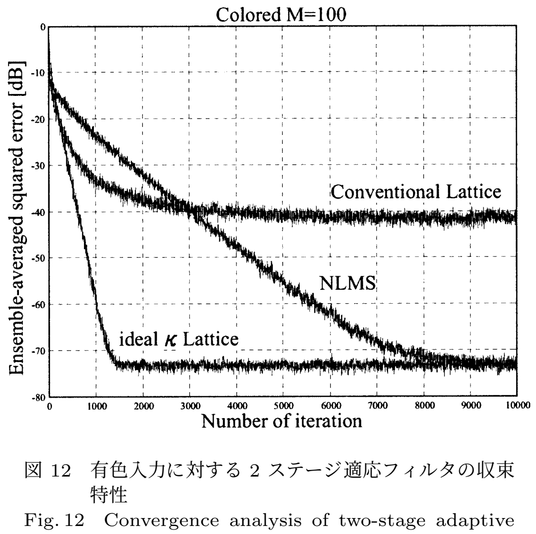


図 12　有色入力に対する 2 ステージ適応フィルタの収束特性
Fig. 12　Convergence analysis of two-stage adaptive filter with colored input.

3.3 で示したように，入力信号に対する反射係数変動により下限が生じて，誤差を十分に低減できないことがわかる．しかし，更新回数が約 3000 回までは NLMS より速い収束特性を示す．これは，格子形予測器による入力信号の白色化が貢献している．

### 6.2 収束特性の比較

本論文で提案した格子形予測器と NLMS による 2 ステージ適応フィルタの同期形学習アルゴリズム（NLMS+Synchronize）の有効性を確認するためにシミュレーションを行った．比較のため，従来の格子形予測器による 2 ステージ適応フィルタ（Conventional Lattice）[1] と，Posteriori error を用いた方法（Posterior）[5] についてもシミュレーションを行った．前者では，反射係数の更新に連動したフィルタ係数の補正を行わない．また，音声信号ではフィルタ係数の補正と Posteriori error を組み合わせた方法（Posterior+Synchronize）についてもシミュレーションを行った．予測器を用いない FIR 適応フィルタでは，実用的に広く用いられている NLMS と，入力信号の固有値広がりの影響を受けない RLS アルゴリズムを比較のために示してある．

適応フィルタのフィルタ長は $M = 100$ とした．他のパラメータは，NLMS では $\alpha = 1$，$\delta = 0.001$，格子形予測器を用いた方法では $\alpha = 1$，$\delta = 0.001$，$\gamma = 0.999$，RLS では忘却係数 0.95 とした．

入力が白色信号と有色信号については 100 回の試行における誤差の 2 乗平均の収束特性を図 13 と図 14 に示す．音声信号については図 15 と図 16 に示す．そ

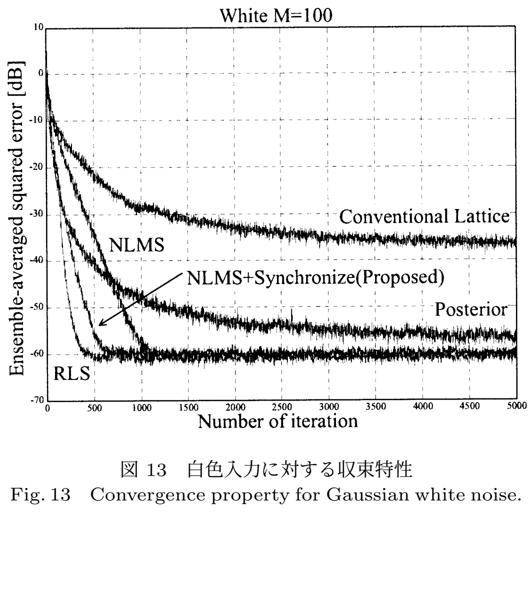


図 13　白色入力に対する収束特性
Fig. 13　Convergence property for Gaussian white noise.

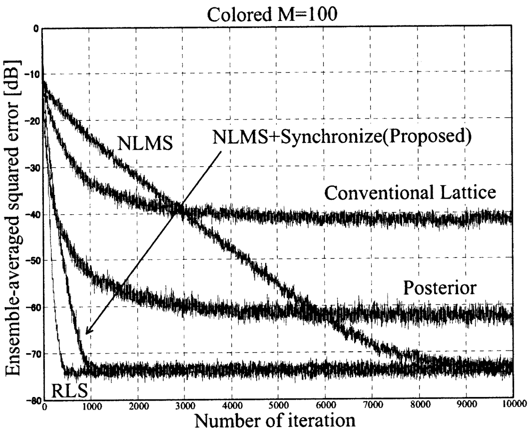


図 14　有色入力に対する収束特性
Fig. 14　Convergence property for colored noise.

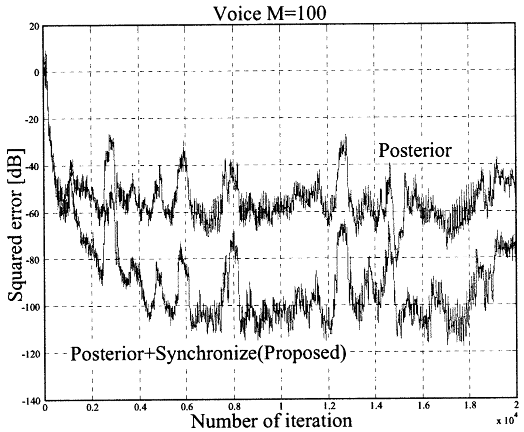


図 16　音声入力に対する収束特性（その 2）
Fig. 16　Convergence property for voice signal (part 2).

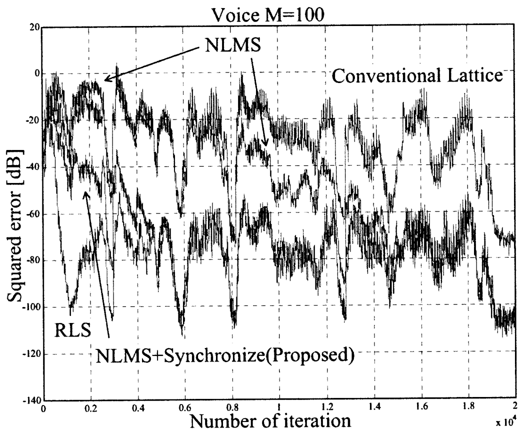


図 15　音声入力に対する収束特性（その 1）
Fig. 15　Convergence property for voice signal (part 1).

れぞれの誤差評価は未知システムのインパルス応答の 2 乗平均で正規化し dB 表示している．

同期形学習アルゴリズムを用いた提案方法（NLMS+Synchronize）は，定常な有色信号の場合，NLMS に比べて収束時間は 1/8 になっており，RLS に比べても 2 倍程度に近づいている．図 12 における理想反射係数を用いた “Ideal $\kappa$ Lattice” と比較しても収束速度が少し改善されることから，定常信号の場合でも理想反射係数に固定するよりも，入力信号に応じて反射係数を更新する方が有限区間の予測が向上するためであると考えられる．また，収束後の推定誤差は，白色入力の更新回数 $n = 1001 \sim 5000$ の平均で RLS の $-60.8$ dB に対して提案法が $-59.9$ dB，有色入力の更新回数 $n = 2001 \sim 10000$ の平均で RLS の $-74.2$ dB に対して提案法が $-73.3$ dB とほぼ同等に改善されている．

非定常入力信号である音声信号の場合，収束するまでに要する更新回数は RLS，提案法及び NLMS で約 1000 回，5000 回，及び 18000 回である．提案方法は RLS に比べて 5 倍を要するが，NLMS に対しては，約 1/3.4 になっている．推定誤差は更新回数 $n = 6001 \sim 20000$ の平均で RLS の $-94.1$ dB に対して提案法は $-92.6$ dB であり，ほぼ同等である．

一方，“Posterior” は白色入力と有色入力では “Conventional Lattice” に比べて約 20 dB 誤差を改善しているが，NLMS や RLS より高い誤差で飽和している．これは，**3. 4** で述べたように，反射係数変動の影響を完全に解決できないためである．音声入力の場合，更新回数が約 2500 回までの初期収束は “NLMS+Synchronize” よりも速いが，それ以降は誤差が大きくなっている．また，**3. 4** で述べた，提案したフィルタ係数の補正法と Posterior error とも組合せのシミュレーション結果を図 16 に “Posterior+Synchronize” として示す．“Posterior+Synchronize” の初期収束は “Posterior” と同じであるが，それ以降の誤差は約 40 dB 低減することができ良好な結果を得ている．

## 7. む す び

本論文では，格子形予測器と FIR 適応フィルタを組み合わせる 2 ステージ適応フィルタについて，学習の

収束性を解析すると同時に新しい学習法を提案した．従来の学習法では，反射係数 $\boldsymbol{\kappa}$ の更新によって伝達関数が変動し収束速度が影響を受けることを理論的に解析した．また，出力誤差の下限についても解析を行った．この問題を解決するために，反射係数の更新に同期してフィルタ係数を補正する同期形学習アルゴリズムを提案した．この方法は FIR 適応フィルタの各種学習アルゴリズムと組み合わせることができる．更新に要する計算量は 2（予測次数 × フィルタ次数）である．予測次数 ≪ フィルタ次数の場合は RLS に比べてサンプル間隔当りの計算量も大幅に低減できる．白色入力，有色入力及び音声入力に対して未知システムを推定するシミュレーションを行い，推定誤差と収束速度を比較し，その有効性を確認した．

## 文　献


[1] S. Haykin, Adaptive filter theory, 3rd ed., Prentice-Hall, 1996.

[2] J.H. Yoo, S.H. Cho, and D.H. Youn, “A lattice/transversal joint (LTJ) structure for an acoustic echo canceller,” 1995 IEEE Symposium on Circuits and Systems, vol.2, pp.1090–1093, 1995.

[3] J.J. Shynk, “Frequency–domain and multirate adaptive filtering,” IEEE SP Magazine, pp.14–37, Jan. 1992.

[4] F. Beaufays, “Transform–domain adaptive filters: An analytical approach,” IEEE Trans. Signal Process., vol.43, no.2, pp.422–431, Feb. 1995.

[5] B. Friedlander, “Lattice filters for adaptive processing,” Proc. IEEE, vol.70, no.8, pp.829–867, Aug. 1982.

[6] S.H. Leung and C.C. Chu, “Adaptive LMS filter with lattice prefilter,” Electron. Lett., vol.33, iss.1, pp.34–35, Jan. 1997.

[7] J.D. Markel and A.H. Gray（著），鈴木久喜（訳），音声の線形予測，コロナ社，1980.

[8] M. Haseyama and H. Kitajima, “Inherent matrix identities on ARMA lattice filter realization algorithm and their application,” IEEE Trans. Signal Process., vol.45, no.9, pp.2395–2398, Sept. 1997.

[9] 徳井直樹，中山謙二，平野晃宏，“Lattice 形予測器を用いた直交変換形 LMS アルゴリズムの安定化法，” 信学技報，DSP99-82, Sept. 1999.

[10] N. Tokui, K. Nakayama, and A. Hirano, “A synchronized learning algorithm for reflection coefficients and tap weights in a joint lattice predictor and transversal filter,” 2001 IEEE ICASSP, SPTM-P6.4, vol.6, pp.3741–3744, May 2001.

[11] F. Beaufays and B. Widrow, Two layer linear structures of fast adaptive filtering, Stanford University, pp.III-87–III-93, Stanford, Calif., 1995.

[12] V.N. Parikh and A.Z. Baraniecki, “The use of the modified escalator algorithm to improve the performance of transform-domain lms adaptive filters,” IEEE Trans. Signal Process., vol.46, no.3, pp.625–635, March 1998.

[13] T. Soni, J.R. Zeidler, and W.H. Ku, “Behavior of the partial correlation coefficients of a least squares lattice filter in the presence of a nonstationary chirp input,” IEEE Trans. Signal Process., vol.43, no.4, pp.852–863, April 1995.

[14] Z. Fejzo and H. Lev-Ari, “Adaptive laguerre-lattice filters,” IEEE Trans. Signal Process., vol.45, no.12, pp.3006–3016, Dec. 1997.


## 付　録

### 行列 $\boldsymbol{K}(n)$ の計算法

式 (16) の行列 $\boldsymbol{K}(n)$ の要素の計算法について述べる．文献 [5]〜[8] では，行列 $\boldsymbol{K}(n)$ は対角要素が 1 の三角行列になることは示されているが，各要素を反射係数の時間変化まで考慮して表現する方法は示されていない．

行列 $\boldsymbol{K}(n)$ を

$$\boldsymbol{K}(n) = [\boldsymbol{k}_0(n), \boldsymbol{k}_1(n), \ldots, \boldsymbol{k}_{M-1}(n)] \quad \text{(A·1)}$$

のように列ベクトル

$$\boldsymbol{k}_m(n) = [K_{0,m}(n), K_{1,m}(n), \ldots, K_{M-1,m}(n)]^T \quad \text{(A·2)}$$

で表すと，式 (15) の後向き予測誤差は，

$$b_m(n) = \boldsymbol{k}_m^H(n)\boldsymbol{u}(n) \quad \text{(A·3)}$$

となる．同様に前向き予測誤差を

$$f_m(n) = \boldsymbol{j}_m^H(n)\boldsymbol{u}(n) \quad \text{(A·4)}$$

$$\boldsymbol{J}(n) = [\boldsymbol{j}_0(n), \boldsymbol{j}_1(n), \ldots, \boldsymbol{j}_{M-1}(n)] \quad \text{(A·5)}$$

$$\boldsymbol{j}_m(n) = [J_{0,m}(n), J_{1,m}(n), \ldots, J_{M-1,m}(n)]^T \quad \text{(A·6)}$$

と表すことができる．式 (A· 2) と式 (A· 6) を式 (1) と式 (2) に代入すると，

$$\boldsymbol{j}_m^H(n)\boldsymbol{u}(n) = \boldsymbol{j}_{m-1}^H(n)\boldsymbol{u}(n) + \kappa_m^*(n)\boldsymbol{k}_{m-1}^H(n-1)\boldsymbol{u}(n-1) \quad \text{(A·7)}$$

$$\boldsymbol{k}_m^H(n)\boldsymbol{u}(n) = \kappa_m(n)\boldsymbol{j}_{m-1}^H(n)\boldsymbol{u}(n) + \boldsymbol{k}_{m-1}^H(n-1)\boldsymbol{u}(n-1) \quad \text{(A·8)}$$

となる．式 (3) より，式 (A·1) と式 (A·5) の 1 列目のベクトルは，

$$\boldsymbol{k}_0(n) = \boldsymbol{j}_0(n) = [1, 0, \ldots, 0]^T \tag{A·9}$$

である．次に，式 (A·7) と式 (A·8) を $M+1$ 行の列ベクトルに拡張して考えると，

$$\tilde{\boldsymbol{j}}_m^H(n)\tilde{\boldsymbol{u}}(n) = \tilde{\boldsymbol{j}}_{m-1}^H(n)\tilde{\boldsymbol{u}}(n) + \kappa_m^*(n)\tilde{\boldsymbol{k}}_{m-1}^H(n-1)\tilde{\boldsymbol{u}}(n) \tag{A·10}$$

$$\tilde{\boldsymbol{k}}_m^H(n)\tilde{\boldsymbol{u}}(n) = \kappa_m(n)\tilde{\boldsymbol{j}}_{m-1}^H(n)\tilde{\boldsymbol{u}}(n) + \tilde{\boldsymbol{k}}_{m-1}^H(n-1)\tilde{\boldsymbol{u}}(n) \tag{A·11}$$

となる．ここで，

$$\tilde{\boldsymbol{u}}(n) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{u}(n) \\ u(n-M) \end{bmatrix} \tag{A·12}$$

$$\tilde{\boldsymbol{j}}_{m-1}(n) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{j}_{m-1}(n) \\ 0 \end{bmatrix} \tag{A·13}$$

$$\tilde{\boldsymbol{j}}_m(n) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{j}_m(n) \\ J_{M,m}(n) \end{bmatrix} \tag{A·14}$$

$$\tilde{\boldsymbol{k}}_{m-1}(n-1) = \begin{bmatrix} 0 \\ \boldsymbol{k}_{m-1}(n-1) \end{bmatrix} \tag{A·15}$$

$$\tilde{\boldsymbol{k}}_m(n) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{k}_m(n) \\ K_{M,m}(n) \end{bmatrix} \tag{A·16}$$

である．式 (A· 10) と式 (A· 11) を $\tilde{\boldsymbol{u}}(n)$ によりまとめると，

$$0 = \left[\tilde{\boldsymbol{j}}_m^H(n) - \tilde{\boldsymbol{j}}_{m-1}^H(n) - \kappa_m^*(n)\tilde{\boldsymbol{k}}_{m-1}^H(n-1)\right] \cdot \tilde{\boldsymbol{u}}(n) \tag{A·17}$$

$$0 = \left[\tilde{\boldsymbol{k}}_m^H(n) - \kappa_m(n)\tilde{\boldsymbol{j}}_{m-1}^H(n) - \tilde{\boldsymbol{k}}_{m-1}^H(n-1)\right] \cdot \tilde{\boldsymbol{u}}(n) \tag{A·18}$$

となる．ここで，$\tilde{\boldsymbol{u}}(n)$ は入力信号が常に 0 でない限り 0 ベクトルではない．また，入力信号の時系列はサンプルごとに異なるため $\tilde{\boldsymbol{u}}(n)$ もサンプルごとに異なるベクトルである．したがって，式 (A· 17) と式 (A· 18) が成り立つためには，右式の [ ] の中身が 0 ベクトルでなければならない．したがって，行列 $\boldsymbol{J}(n)$ と行列 $\boldsymbol{K}(n)$ の非対角要素は次式で求めることができる．

$$J_{l,m}(n) = J_{l,m-1}(n) + \kappa_m^*(n)K_{l-1,m-1}(n-1) \tag{A·19}$$

$$K_{l,m}(n) = \kappa_m(n)J_{l,m-1}(n) + K_{l-1,m-1}(n-1) \tag{A·20}$$

（平成 13 年 11 月 29 日受付，14 年 3 月 12 日再受付，6 月 26 日最終原稿受付）

**徳井　直樹**　（正員）

昭 62 長岡技科大・工・電子機器卒．平元同大大学院電子機器工学専攻了．同年石川工業高等専門学校電気工学科助手，現在に至る．平 9 金沢大学大学院自然科学研究科博士後期課程に社会人入学．適応信号処理の研究に従事．信号処理学会会員．

**中山　謙二**　（正員）

昭 46 東工大・工・電子卒．昭 46〜47 同大学研究生．昭 58 工博（東工大）．昭 47 日本電気（株）入社．伝送通信事業部及び C& C システム研究所に勤務し，通信用各種フィルタ及びディジタル信号処理の研究開発に従事．昭 63 金沢大・工・電気情報工学科助教授，平 2 同教授，平 9 同大大学院自然科学研究科・数理情報科学専攻教授，平 12 同大学・工・情報システム工学科（新設）教授となり現在に至る．最近の研究テーマは主として適応信号処理及びニューラルネットワーク．昭 62 年 9 月 IEEE Circuits & Devices Mag. 論文賞受賞．著書「SC 回路網の設計と応用」（東海大学出版会）など．IEEE シニア会員，INNS 会員．

**平野　晃宏**　（正員）

昭 62 金沢大・工・電子卒．平元同大大学院修士課程了．平 12 工博（金沢大）．平元 NEC 入社．研究開発グループにてエコーキャンセラの研究開発に従事．平 10 金沢大・工・電気・情報工学科助手，平 13 同講師となり現在に至る．最近の研究テーマは主として適応信号処理及びニューラルネットワーク．平 7 本会学術奨励賞受賞．IEEE 会員．