

縦続形 SC フィルタにおける素子感度の最小化方法

正 員 馬 志強[†] 正 員 中 山 謙二[†] 正 員 山 本 外史^{††}

A Method to Minimize Sensitivity in Cascade SC Filters

Zhiqiang MA[†], Kenji NAKAYAMA[†] and Gaishi YAMAMOTO^{††}, Members

あらまし スイッチトキャパシタ (SC) フィルタを LSI 化する際には、チップ面積の低減、高周波数動作および低消費電力化のために総容量を低減することが重要である。総容量の低減は、最小容量を 1 に規格した総容量の低減と、最小容量に対応するチップ上の容量の小型化により達成される。容量を小さくすると、容量比の誤差が大きくなり、SC フィルタの伝達特性が変動する。この誤差の影響を小さくするためには、低素子感度の回路が必要である。本論文では、標準的な回路としてよく用いられている縦続形 SC フィルタを対象として、素子感度を低減するために、零点と極の組合せおよび並べ順が満たすべき一般的な条件を求めている。まず、2 次 SC 回路の伝達関数の素子感度を求める。次に、この結果を用いて縦続形 SC フィルタの伝達関数の素子感度を表す式を求める。これに基づき、素子感度を低減するための零点と極の組合せ/並べ順に対する条件を導く。本研究より、 Q の高い極に対して近くの零点を組み合わせるにより、素子感度を低減できること、素子感度は並べ順には無関係であること、およびフィルタのカットオフ周波数に比例して素子感度が高くなることが明らかになった。以上の結果は 11 次の低域、高域通過フィルタを用いたシミュレーションによっても確認された。

1. ま え が き

スイッチトキャパシタ (SC) フィルタはアナログフィルタを集積化するための有望な技術である。アナログ/デジタルインタフェース、高周波数の信号処理および低消費電力等が要求される分野で、LSI 化された SC フィルタの導入が積極的に行われている^{(1),(2)}。

SC フィルタを集積化する際にはチップ面積の低減、動作の高速化、および低消費電力化が重要である。これらのことは総容量と密接に関係しており、これを低減することが重要である。

SC フィルタの総容量を低減する方法は次の 2 段階に分けられる。第 1 段階は、SC フィルタの回路構成の段階で最小容量を 1 に規格化したときの総容量を低減することである。これは、容量のばらつきを圧縮することに相当する。第 2 段階は、最小容量 (=1) に対応するチップ上の容量をできるだけ小さくすることである。

チップ上の容量を小さくすると、容量比の誤差が大

きくなる⁽²⁾。SC フィルタの伝達関数におけるこの誤差の影響を低減するために、低素子感度の回路が必要である。低素子感度の回路として、抵抗終端の LC はしご回路を模擬する方法があるが^{(3),(4)}、本論文では SC フィルタの標準的な回路形式としてよく用いられる 2 次回路を縦続に接続する回路形式を取り上げる。この回路形式は規則性があり、モジュール化に適している。また、伝達関数から容量を求める過程も簡単であり、実現できる伝達関数に対する自由度も高い。

縦続形 SC フィルタでは零点と極の組合せ、および 2 次回路の並べ順に自由度がある。これらの選択により規格化された総容量と出力雑音が大きく変化することが知られており、これらを最小化するための組合せ/並べ順に対する条件が既に検討されている^{(5),(6)}。一方、素子感度に対する影響についてはまだ十分に検討されていない⁽⁷⁾。

本論文では、縦続形 SC フィルタを対象として、素子感度を低減するための零点と極の組合せ、および 2 次回路の並べ順に対する条件を求める。以下、本論文では、まず、2 次 SC 回路の伝達関数の素子感度を求める。次に、これを用いて SC フィルタの伝達関数の素子感度を表現する式を求める。これに基づき、伝達関数の素子感度を低減するための零点と極の組合せ/並べ順の条件を導く。最後に、11 次の低域通過フィルタと

[†] 金沢大学工学部電気・情報工学科, 金沢市
Faculty of Technology, Kanazawa University, Kanazawa-shi,
920 Japan

^{††} 金沢工業大学情報工学科, 石川県
Faculty of Engineering, Kanazawa Institute of Technology,
Ishikawa-ken, 921 Japan

高域通過フィルタを用いてシミュレーションを行い、本論文で得られた条件の有効性を調べる。

2. 2次SC回路の伝達関数の素子感度

2.1 2次回路の伝達関数の変動

2次回路として図1に示す Martin-Sedra⁽⁸⁾の回路を対象とする。周波数選択性を有するフィルタの場合、他の回路形式、例えば、Fleisher-Laker⁽⁹⁾の2次回路も図1の回路に帰着される。このため、特に素子感度が問題とされる急しゅんなフィルタにおいては一般性を失わない。

図1の2次SC回路の伝達関数を $H_i(z)$ とする。これは容量を用いて次のように表される⁽⁸⁾。

$$H_i(z) = -\{C_{10}C_{23} + (C_{13}C_{22} + C_{14}C_{22} - 2C_{10}C_{23})z^{-1} + (C_{10}C_{23} - C_{14}C_{22})z^{-2}\} / \{C_{10}(C_{20} + C_{21}) + (C_{12}C_{22} + C_{11}C_{22} - C_{10}C_{21} - 2C_{10}C_{20})z^{-1} + (C_{10}C_{20} - C_{12}C_{22})z^{-2}\} \quad (1)$$

更に、零点が単位円上に分布するだ円フィルタを実現する場合には次の2種類の回路形式が可能である⁽⁸⁾。

(A) $C_{12} = C_{14} = 0$ (2a)

(B) $C_{21} = C_{14} = 0$ (2b)

本論文では、主に回路形式(A)を用いて議論するが、その結果は回路形式(B)に対しても成り立つことが確認されている。

式(2a)を考慮して式(1)を次のように表す。

$$H_i(z) = h_i \frac{N_i(z)}{D_i(z)} \quad (3)$$

$$h_i = -\frac{C_{23}}{C_{20} + C_{21}} \quad (4a)$$

$$N_i(z) = 1 + \frac{C_{13}C_{22} - 2C_{10}C_{23}}{C_{10}C_{23}}z^{-1} + z^{-2} \quad (4b)$$

$$D_i(z) = 1 + \frac{C_{11}C_{22} - C_{10}C_{21} - 2C_{10}C_{20}}{C_{10}(C_{20} + C_{21})}z^{-1}$$

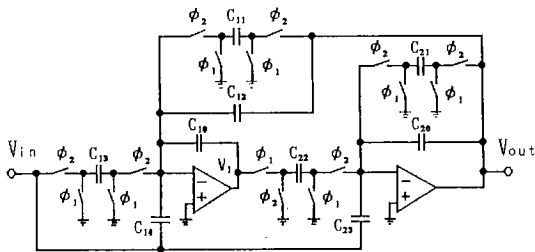


図1 Martin-Sedraの2次SC回路

Fig. 1 Biquad SC circuit by Martin & Sedra.

$$+ \frac{C_{20}}{C_{20} + C_{21}}z^{-2} \quad (4c)$$

容量の微小変化による $H_i(z)$, h_i , $N_i(z)$, $D_i(z)$ の変化分を各々 $\Delta H_i(z)$, Δh_i , $\Delta N_i(z)$, $\Delta D_i(z)$ とする。そのときの式(3)は次のようになる。

$$H_i(z) + \Delta H_i(z) = (h_i + \Delta h_i) \frac{N_i(z) + \Delta N_i(z)}{D_i(z) + \Delta D_i(z)} \quad (5)$$

Δh_i , $\Delta N_i(z)$, $\Delta D_i(z)$ が十分小さいと仮定して、1次近似式を用いると、 $\Delta H_i(z)$ は次式で表される。

$$\Delta H_i(z) \approx H_i(z) \left(\frac{\Delta h_i}{h_i} + \frac{\Delta N_i(z)}{N_i(z)} - \frac{\Delta D_i(z)}{D_i(z)} \right) \quad (6)$$

2.2 定数、分子および分母の変動

縦続形フィルタの i 段目の2次回路に含まれている容量 C_{kj} を C_{kji} と表し、この容量の変化による定数、分子および分母の変動分を各々 $\Delta h_{iC_{kj}}$, $\Delta N_i(z)_{C_{kj}}$, $\Delta D_i(z)_{C_{kj}}$ とする。以下、2次回路の容量を用いてこれらを表す式を求める。

(1) $\Delta h_{iC_{kj}}$

まず、容量 C_{20i} が C_{20i} ($C_{20i} + \Delta C_{20i}$) に変化するときの $\Delta h_{iC_{20}}$ を求める。式(4a)より、

$$h_i + \Delta h_{iC_{20}} = -\frac{C_{23i}}{(C_{20i} + \Delta C_{20i}) + C_{21i}} \quad (7)$$

を得る。更に、1次近似を用いると、

$$\Delta h_{iC_{20}} = h_i \frac{C_{20i}}{C_{20i} + C_{21i}} \cdot \frac{\Delta C_{20i}}{C_{20i}} \quad (8)$$

となる。同様にして、

$$\Delta h_{iC_{21}} = h_i \frac{C_{21i}}{C_{20i} + C_{21i}} \cdot \frac{\Delta C_{21i}}{C_{21i}} \quad (9)$$

$$\Delta h_{iC_{23}} = -h_i \frac{\Delta C_{23i}}{C_{23i}} \quad (10)$$

を得る。その他の容量に対して $\Delta h_{iC_{kj}}$ は零である。

(2) $\Delta N_i(z)_{C_{kj}}$

容量 C_{10i} が C_{10i} ($C_{10i} + \Delta C_{10i}$) に変化するときの $\Delta N_{iC_{10}}(z)$ を求める。式(4b)より、

$$N_i(z) + \Delta N_i(z)_{C_{10}} = 1 + \frac{C_{13i}C_{22i} - 2(C_{10i} + \Delta C_{10i})C_{23i}}{(C_{10i} + \Delta C_{10i})C_{23i}}z^{-1} + z^{-2} \quad (11)$$

を得る。更に、1次近似を用いると、

$$\Delta N_i(z)_{C_{10}} = -\frac{C_{13i}C_{22i}}{C_{10i}C_{23i}}z^{-1} \cdot \frac{\Delta C_{10i}}{C_{10i}} \quad (12)$$

となる。同様にして、

$$\Delta N_i(z)_{C_{13}} = \frac{C_{13i}C_{22i}}{C_{10i}C_{23i}}z^{-1} \cdot \frac{\Delta C_{13i}}{C_{13i}} \quad (13)$$

$$\Delta N_i(z)_{C_{22}} = \frac{C_{13i}C_{22i}}{C_{10i}C_{23i}}z^{-1} \cdot \frac{\Delta C_{22i}}{C_{22i}} \quad (14)$$

$$\Delta N_i(z)_{C23} = -\frac{C_{13i}C_{22i}}{C_{10i}C_{23i}}z^{-1} \cdot \frac{\Delta C_{23i}}{C_{23i}} \quad (15)$$

を得る。その他の容量に対して $\Delta N_i(z)_{Ckj}$ は零である。

$$(3) \quad \Delta D_i(z)_{Ckj}$$

容量 C_{10i} が $(C_{10i} + \Delta C_{10i})$ に変化するときの $\Delta D_i(z)_{C10}$ を求める。式(4c)より、

$$D_i(z) + \Delta D_i(z)_{C10} = 1 + \frac{C_{11i}C_{22i} - (C_{10i} + \Delta C_{10i})(2C_{20i} + C_{21i})}{(C_{10i} + \Delta C_{10i})(C_{20i} + C_{21i})}z^{-1} + \frac{C_{20i}}{C_{20i} + C_{21i}}z^{-2} \quad (16)$$

を得る。更に、1次近似を用いると、

$$\Delta D_i(z)_{C10} = -\frac{C_{11i}C_{22i}}{C_{10i}(C_{20i} + C_{21i})}z^{-1} \cdot \frac{\Delta C_{10i}}{C_{10i}} \quad (17)$$

となる。同様にして、

$$\Delta D_i(z)_{C11} = \frac{C_{11i}C_{22i}}{C_{10i}(C_{20i} + C_{21i})}z^{-1} \cdot \frac{\Delta C_{11i}}{C_{11i}} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \Delta D_i(z)_{C20} &= \frac{C_{20i}}{C_{20i} + C_{21i}} \\ &\times \left[\left(-2 - \frac{C_{11i}C_{22i} - C_{10i}C_{21i} - 2C_{10i}C_{20i}}{C_{10i}(C_{20i} + C_{21i})} \right) z^{-1} \right. \\ &\left. + \left(1 - \frac{C_{20i}}{C_{20i} + C_{21i}} \right) z^{-2} \right] \frac{\Delta C_{20i}}{C_{20i}} \quad (19) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta D_i(z)_{C21} &= \frac{C_{21i}}{C_{20i} + C_{21i}} \\ &\times \left[\left(-1 - \frac{C_{11i}C_{22i} - C_{10i}C_{21i} - 2C_{10i}C_{20i}}{C_{10i}(C_{20i} + C_{21i})} \right) z^{-1} \right. \\ &\left. - \frac{C_{20i}}{C_{20i} + C_{21i}} z^{-2} \right] \frac{\Delta C_{21i}}{C_{21i}} \quad (20) \end{aligned}$$

$$\Delta D_i(z)_{C22} = \frac{C_{11i}C_{22i}}{C_{10i}(C_{20i} + C_{21i})}z^{-1} \cdot \frac{\Delta C_{22i}}{C_{22i}} \quad (21)$$

を得る。その他の容量に対して $\Delta D_i(z)_{Ckj}$ は零である。

以上を式(6)に代入すれば、2次回路の伝達関数の変動分を容量を用いて表すことができる。

3. 縦続形 SC フィルタの伝達関数の素子感度

3.1 フィルタの伝達関数の素子感度

2次SC回路の伝達関数の変化 $\Delta H_i(z)$ による、フィルタ全体の伝達関数の変化について検討する。縦続形SCフィルタの伝達関数を $H(z)$ とし、この変化量を $\Delta H(z)$ とすると、

$$H(z) + \Delta H(z) = \prod_{i=1}^M (H_i(z) + \Delta H_i(z)) \quad (22)$$

と表される。ここで、 M は2次回路の数を表す。ここでも、2次伝達関数の変化量 $\Delta H_i(z)$ が十分小さいと仮定して、これらについての1次近似式を用いると、

$\Delta H(z)$ は次のように表される。

$$\Delta H(z) = \sum_{i=1}^M \Delta H_i(z) \bar{H}_i(z) \quad (23)$$

ここで、 $\bar{H}_i(z)$ は次式で与えられる。

$$\bar{H}_i(z) = \prod_{k=1, k \neq i}^M H_k(z), \quad i=1, 2, \dots, M \quad (24)$$

式(6)を考慮すると、

$$\begin{aligned} \Delta H_i(z) \bar{H}_i(z) &= \bar{H}_i(z) H_i(z) \left(\frac{\Delta h_i}{h_i} + \frac{\Delta N_i(z)}{N_i(z)} - \frac{\Delta D_i(z)}{D_i(z)} \right) \\ &= H(z) \left(\frac{\Delta h_i}{h_i} + \frac{\Delta N_i(z)}{N_i(z)} - \frac{\Delta D_i(z)}{D_i(z)} \right) \quad (25) \end{aligned}$$

となる。更に、ここで

$$\Delta H_i(z) = \Delta H_i(z) \bar{H}_i(z) \quad (26)$$

とおく、これを用いて式(23)は次のように表される。

$$\Delta H(z) = \sum_{i=1}^M \Delta H_i(z) \quad (27)$$

次に、 i 段目の2次回路に含まれている容量 C_{kji} の微小変化による $\Delta H_i(z)$ を $\Delta H_i(z)_{Ckj}$ とする。これは式(25)より

$$\begin{aligned} \Delta H_i(z)_{Ckj} &= H(z) \left(\frac{\Delta h_{iCkj}}{h_i} + \frac{\Delta N_i(z)_{Ckj}}{N_i(z)} - \frac{\Delta D_i(z)_{Ckj}}{D_i(z)} \right) \quad (28) \end{aligned}$$

となる。更に、すべての容量を独立に変化させたときの伝達関数の変化分は次式で近似できる。

$$\Delta H(z) = \sum_i \sum_k \sum_j \Delta H_i(z)_{Ckj} \quad (29)$$

一方、 $\Delta H(z)$ は一般に次式で近似できる。

$$\Delta H(z) = \sum_i \sum_k \sum_j \frac{\partial H(z)}{\partial C_{kji}} \Delta C_{kji} \quad (30)$$

更に、 $H(z) \neq 0$ の周波数における伝達関数の相対的な変動は次のようになる。

$$\frac{\Delta H(z)}{H(z)} = \sum_i \sum_k \sum_j \frac{1}{H(z)} \cdot \frac{\partial H(z)}{\partial C_{kji}} \Delta C_{kji} \quad (31)$$

上式は次の相対的な素子感度

$$S_{C_{kji}}^{H(z)} = \frac{\frac{\partial H(z)}{H(z)}}{\frac{\partial C_{kji}}{C_{kji}}} \quad (32)$$

を用いて次のように変形できる。

$$\frac{\Delta H(z)}{H(z)} = \sum_i \sum_k \sum_j S_{C_{kji}}^{H(z)} \frac{\Delta C_{kji}}{C_{kji}} \quad (33)$$

従って、伝達関数の相対的な変動は $S_{C_{kji}}^{H(z)}$ で決まる。

$$\Delta H_i(z)_{Ckj} = H(z) S_{C_{kji}}^{H(z)} \frac{\Delta C_{kji}}{C_{kji}} \quad (34)$$

の関係がある。

3.2 零点、極のパラメータによる素子感度の表現

ここでは Δh_{iCkj} , $\Delta N_i(z)_{Ckj}$, $\Delta D_i(z)_{Ckj}$ は容量を用いて表されているが、組合せ/並べ順に対する条件を導くために、これらを零点 $e^{\pm j\theta_z}$ 、極 $e^{\pm j\theta_p}$ のパラメータおよびスケリング係数⁽²⁾を用いて表す。

図1の2次SC回路において V_i , V_{out} に対するスケリング係数を k_1 , k_2 , 前段の2次SC回路の V_{out} に対するスケリング係数を k' とする。図1の容量はこれらのパラメータを用いて次のように表される⁽⁵⁾。

$$C_{10} = \frac{1}{k_1} \quad (35a)$$

$$C_{11} = \frac{1}{k_2} \cdot \frac{1 - 2r_p \cos \theta_p + r_p^2}{r_p^2} \quad (35b)$$

$$C_{13} = \frac{1}{k_2} \cdot \frac{2(1 - \cos \theta_z)}{r_p^2} \quad (35c)$$

$$C_{20} = \frac{1}{k_2} \quad (36a)$$

$$C_{21} = \frac{1}{k_2} \cdot \frac{1 - r_p^2}{r_p^2} \quad (36b)$$

$$C_{22} = \frac{1}{k_1} \quad (36c)$$

$$C_{23} = \frac{1}{k_2} \cdot \frac{1}{r_p^2} \quad (36d)$$

式(8)~(10), (12)~(15), (17)~(21)に式(35), (36)を代入して, Δh_{iCkj} , $\Delta N_i(z)_{Ckj}$, $\Delta D_i(z)_{Ckj}$ を求め, これらを式(28)に代入して $\Delta H_i(z)_{Ckj}$ を求める。これを式(34)に代入することにより $S_{C_{ki}^H(z)}$ を表現する式が以下のように求まる。

$$S_{C_{10i}^H(z)} = \left[-\frac{2(1 - \cos \theta_{zi})}{N_i(z)} + \frac{(1 - 2r_{pi} \cos \theta_{pi} + r_{pi}^2)}{D_i(z)} \right] z^{-1} \quad (37)$$

$$S_{C_{11i}^H(z)} = -\frac{1 - 2r_{pi} \cos \theta_{pi} + r_{pi}^2}{D_i(z)} z^{-1} \quad (38)$$

$$S_{C_{13i}^H(z)} = \frac{2(1 - \cos \theta_{zi})}{N_i(z)} z^{-1} \quad (39)$$

$$S_{C_{20i}^H(z)} = r_{pi}^2 \left\{ 1 + \frac{2(1 - r_{pi} \cos \theta_{pi})z^{-1} + (r_{pi}^2 - 1)z^{-2}}{D_i(z)} \right\} \quad (40)$$

$$S_{C_{21i}^H(z)} = (1 - r_{pi}^2) \left\{ 1 + \frac{(1 - 2r_{pi} \cos \theta_{pi})z^{-1} + r_{pi}^2 z^{-2}}{D_i(z)} \right\} \quad (41)$$

$$S_{C_{22i}^H(z)} = -S_{C_{10i}^H(z)} \quad (42)$$

$$S_{C_{23i}^H(z)} = -\left\{ 1 + \frac{2(1 - \cos \theta_{zi})}{N_i(z)} z^{-1} \right\} \quad (43)$$

4. 素子感度を低減する零点と極の組合せ/並べ順に対する条件

4.1 零点と極の組合せに対する条件

素子感度 $S_{C_{ki}^H(z)}$ を低減するための零点と極の組合せ/並べ順に対する条件を求める。

式(38), (40), (41)から, 素子感度 $S_{C_{11i}^H(z)}$, $S_{C_{20i}^H(z)}$ および $S_{C_{21i}^H(z)}$ は極のみで決まり, 式(39), (43)から, 素子感度 $S_{C_{13i}^H(z)}$ と $S_{C_{23i}^H(z)}$ は零点のみで決まる。従って, これらは零点と極の組合せには無関係となる。

一方, 式(37), (42)からわかるように素子感度 $S_{C_{10i}^H(z)}$ と $S_{C_{22i}^H(z)}$ は零点と極の双方に関係しており, これらは組合せにより変化する。そこで, まず, $S_{C_{10i}^H(z)}$ を最小化するための組合せに対する条件を求める。 $N_i(z)$ と $D_i(z)$ は零点と極のパラメータを用いて次のように表される。

$$N_i(z) = 1 - 2 \cos \theta_{zi} z^{-1} + z^{-2} \quad (44)$$

$$D_i(z) = 1 - 2r_{pi} \cos \theta_{pi} z^{-1} + r_{pi}^2 z^{-2} \quad (45)$$

これらを式(32)に代入すれば,

$$S_{C_{10i}^H(z)} = \left\{ -\frac{2(1 - \cos \theta_{zi})}{1 - 2 \cos \theta_{zi} z^{-1} + z^{-2}} + \frac{(1 - 2r_{pi} \cos \theta_{pi} + r_{pi}^2)}{1 - 2r_{pi} \cos \theta_{pi} z^{-1} + r_{pi}^2 z^{-2}} \right\} z^{-1} \quad (46)$$

となる。

フィルタの通過域では, 式(46)の右辺の第2項の影響が大きい。この項は $z = e^{\pm j\theta_{pi}}$ のとき最大値をとり, その値は r_{pi} が1に近いほど, すなわち Q が高いほど大きい。これは Q が最も高い極の近傍で素子感度が最も大きくなることを示唆している。フィルタ全体の素子感度を低減するためには, Q の最も高い極の近傍での素子感度を小さくする必要がある。そこで, 今仮に $r_{pi} = 1$ (47)

とにおいて検討する。上式を式(46)に代入する。

$$S_{C_{10i}^H(z)} = \left\{ -\frac{2(1 - \cos \theta_{zi})}{1 - 2 \cos \theta_{zi} z^{-1} + z^{-2}} + \frac{2(1 - \cos \theta_{pi})}{1 - 2 \cos \theta_{pi} z^{-1} + z^{-2}} \right\} z^{-1} \quad (48)$$

上式において,

$$\theta_{zi} \rightarrow \theta_{pi} \text{ に対して } S_{C_{10i}^H(z)} \rightarrow \text{小} \quad (49)$$

が成り立つから, この極に最も近い零点を組み合わせることにより, $S_{C_{10i}^H(z)}$ を最小化できる。

$S_{C_{22i}^H(z)}$ は式(42)より $S_{C_{10i}^H(z)}$ と符号のみ異なるから, 上記の議論がそのまま成り立つ。組合せの影響を受けるのが $S_{C_{10i}^H(z)}$ と $S_{C_{22i}^H(z)}$ であるから, これらの最小化条件は縦続形SCフィルタの素子感度を最小化する組合せ条

件となる。

一方、フィルタの阻止域では、式(46)の右辺第1項の影響が大きい。特に、 $z=e^{±j\theta_{zi}}$ では相対的な素子感度は無限大となる。しかし、実際に問題となるのは最小減衰量の変動であるから、評価すべき周波数は θ_{zi} ではない。今回の回路形式では、零点は常に単位円上にあるから、隣り合う零点が離ればその間の最小減衰量は劣化する。各零点の変動は全くランダムである。遷移帯域近傍の阻止域では組合せの影響を受けるが、これに対してもやはり、式(46)の $S_{21}^H(\omega)$ を小さくすることが必要で、通過域で求めた組合せ条件が有効である。

4.2 2次回路の並べ順に対する条件

縦続形SCフィルタの素子感度を最小化するための2次回路の並べ順に対する条件について検討する。容量を表す式(35)、(36)において、並べ順により変化するのはスケーリング係数 k_1, k_2, k_3 のみである。素子感度を表す式(37)~(43)において、これらのスケーリング係数は相殺されてなくなっている。このことは、素子感度は2次回路の並べ順によって変化しない。すなわち、並べ順に無関係であることを示している。

4.1と4.2の議論からフィルタ全体の素子感度を最小化する条件は4.1で与えた $S_{21}^H(\omega)$ と $S_{22}^H(\omega)$ を最小化する組合せ条件となる。

4.3 カットオフ周波数による素子感度の変化

素子感度を表す式(37)~(43)の分子は $(1-\cos \theta_{zi})$ と $(1-2r_{pi} \cos \theta_{pi})$ の項を含んでいる。カットオフ周波数が高くなると、 θ_{zi}, θ_{pi} も大きくなり、その結果、 $(1-\cos \theta_{zi})$ と $(1-2r_{pi} \cos \theta_{pi})$ が大きくなる。このように縦続形SCフィルタの素子感度はカットオフ周波数に比例して高くなる。

5. 設計例

本論文で提案した組合せに対する条件の有効性を確認するために、11次の低域通過フィルタ(LPF)と高域通過フィルタ(HPF)を用い、伝達関数の振幅特性の変動に着目して計算機シミュレーションを行った。

5.1 フィルタ特性と伝達関数

フィルタの設計仕様を表1に示し、この仕様を満たす伝達関数の零点と極の値を表2に示す。例として、LPF(N)とHPF(W)の振幅特性を図2に示す。

5.2 振幅特性変動の最悪評価

ある組合せに対して、SCフィルタのすべての容量を変化させたときの振幅特性の変化を調べる。ここでは一例として、Qの高い極から順に最も近い零点と組み合わせる。容量の誤差は±1%の範囲に一樣分布する乱数とした。また、誤差のパターンを500通りに変化させ、各周波数において、振幅の最大変化を求めた。LPF(N)とHPF(W)の場合を図3に示す。横軸は周波数を示す。縦軸は振幅の設計値からの最大変化を示す。この図は±1%以内の容量誤差に対する最悪評価になっている。

フィルタの振幅特性の変化は式(28)に示すように、変化分に対して $H(z)/h_i, H(z)/N_i(z), H(z)/D_i(z)$ の重み関数がかかるから、図3において通過域ではほぼ分母 $1/D_i(z)$ の特性と比例し、阻止域では $H(z)$ のた

表1 フィルタの設計仕様

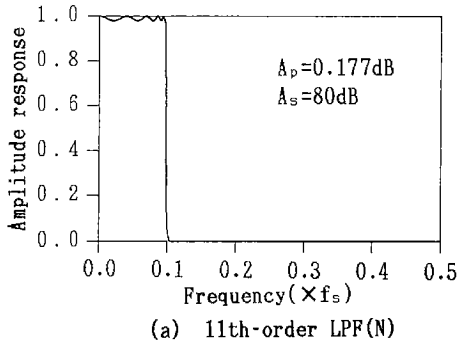
通過域リプル A_p (dB)	0.177	
阻止域減衰量 A_s (dB)	80	(フィルタ名)
カットオフ周波数 f_c (Hz)	0.100 f_s	LPF(N)
	0.418 f_s	LPF(W)
	0.427 f_s	HPF(N)
	0.110 f_s	HPF(W)

f_s : サンプルング周波数(Hz)

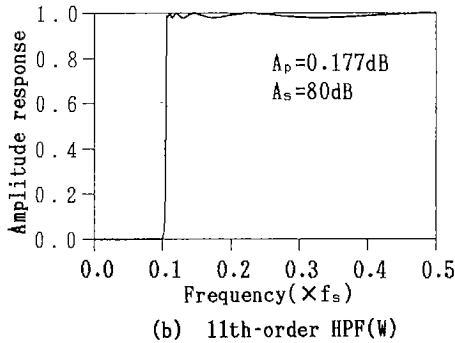
表2 11次フィルタの零点と極の値

		零 点				極											
		LPF(W)		HPF(N)		HPF(W)		LPF(N)		LPF(W)		HPF(N)		HPF(W)			
		r_z	θ_z	r_z	θ_z	r_z	θ_z		r_p	θ_p	r_p	θ_p	r_p	θ_p	r_p	θ_p	
N 1	1	180.0	1	180.0	1	0.0	1	0.0	D 1	0.813	0.0	0.078	180.0	0.865	180.0	0.063	180.0
N 2	1	83.8	1	169.5	1	112.1	1	14.9	D 2	0.843	16.1	0.624	128.5	0.885	168.7	0.580	67.5
N 3	1	54.4	1	161.6	1	138.1	1	25.6	D 3	0.901	26.9	0.864	141.6	0.925	160.7	0.838	50.3
N 4	1	44.7	1	156.9	1	146.2	1	31.8	D 4	0.948	32.6	0.946	147.3	0.959	156.3	0.945	43.3
N 5	1	40.9	1	154.6	1	149.3	1	34.8	D 5	0.977	35.3	0.978	149.8	0.981	154.2	0.974	40.4
N 6	1	39.6	1	153.6	1	150.4	1	36.0	D 6	0.994	36.3	0.994	150.6	0.995	153.4	0.993	39.3

θ_z, θ_p の単位: Degree



(a) 11th-order LPF(N)



(b) 11th-order HPF(W)

図 2 SC フィルタの振幅特性 (設計値)

Fig. 2 Amplitude responses of SC filters (designed).

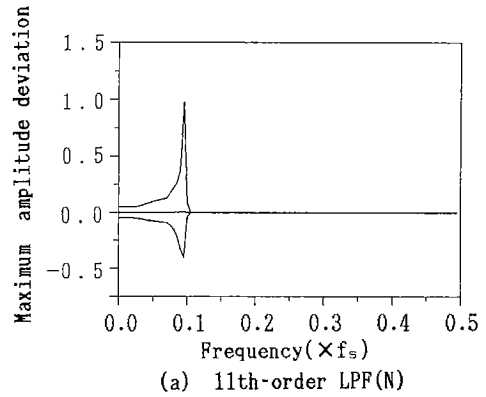
めに小さくなっている。振幅特性の変化は Q の最も高い極が位置するカットオフ周波数近傍で最大となっている。

5.3 制約条件を課さないときの素子感度の確率分布

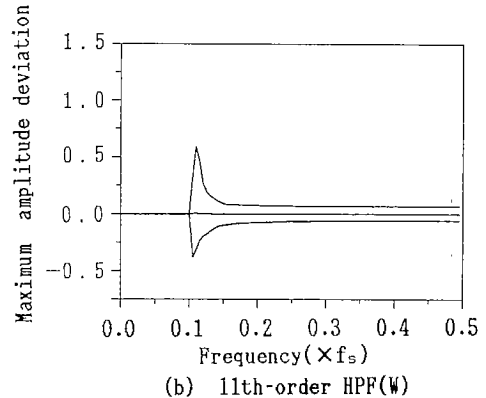
零点と極の組合せに対して制約条件を課さないときの素子感度の確率分布を調べる。11 次フィルタの零点と極の組合せの総数は $5! = 120$ 通りである。カットオフ周波数における素子感度が最も高いため、この周波数における素子感度の確率分布を調べる。

まず、ある組合せに対して、5,000 通りのランダムな容量変化に対するフィルタの振幅特性の相対変化を計算し、その値が $\pm 10\%$ 以内である容量変化の確率を求める。次に、120 通りの組合せに対して、同じような計算を繰り返し、容量変化の確率に対する組合せの確率を求める。この確率は、120 通りの組合せのうち、上記の容量変化に対する確率が例えば 30% となる組合せが何通りであるかを示している。

4 種類のフィルタに対する上記の確率分布を図 5 の (a) に示す。横軸は容量変化に対する確率を、縦軸は組合せに対する確率を表している。例えば、a.1 では、



(a) 11th-order LPF(N)



(b) 11th-order HPF(W)

図 3 SC フィルタの振幅特性の最大変化

Fig. 3 Maximum amplitude deviation of SC filters.

振幅特性の相対変化が $\pm 10\%$ 以内である容量変化のパターンが 5,000 通りの $35 \sim 36\%$ である組合せの発生率が 15% であることを示している。横軸の数値が大きいほど振幅特性の相対変化が $\pm 10\%$ 以内である容量変化の確率が高いこと、すなわち、素子感度が低いことを意味している。容量変化は LPF(N) と HPF(W) の場合は $\pm 1\%$ 、LPF(W) と HPF(N) の場合は $\pm 0.1\%$ で一様分布する乱数とした。

5.4 制約条件を課したときの確率分布

4.1 で提案した素子感度を低減する条件を適用する。 Q の高い極に近く零点を組み合わせるという条件は少し自由度があるため、図 4 に示す 2 種類の制約条件を調べることにする。

図 4 の (a) に示す制約条件 1 は Q の最も高い極 D6 に最も近い零点 N6 と組み合わせ、残りの零点と極は任意に組み合わせるものである。このときの組合せの総数は $4! = 24$ 通りである。これらについて素子感度の確率分布を調べる。シミュレーションの条件と方

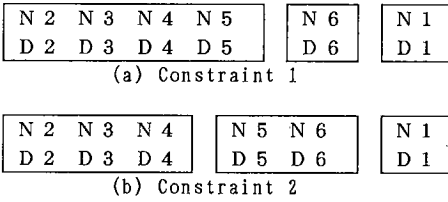


図 4 組合せに対する制約条件
Fig. 4 Constraints on pairing.

法は 5.3 と同じである。4 種類のフィルタに対する素子感度の確率分布を図 5 (b) に示す。制約条件を課さない場合に比べて、振幅特性の相対変化が $\pm 10\%$ 以内である容量変化のパターンの確率が高いところの組合せの発生率が高くなっている。例えば、b.1 では、容量変化のパターンの確率が最も高い 35~36% における組合せの発生率は 75% と高い。この結果から、本論文で提案した組合せ条件が基本的に有効であることが確

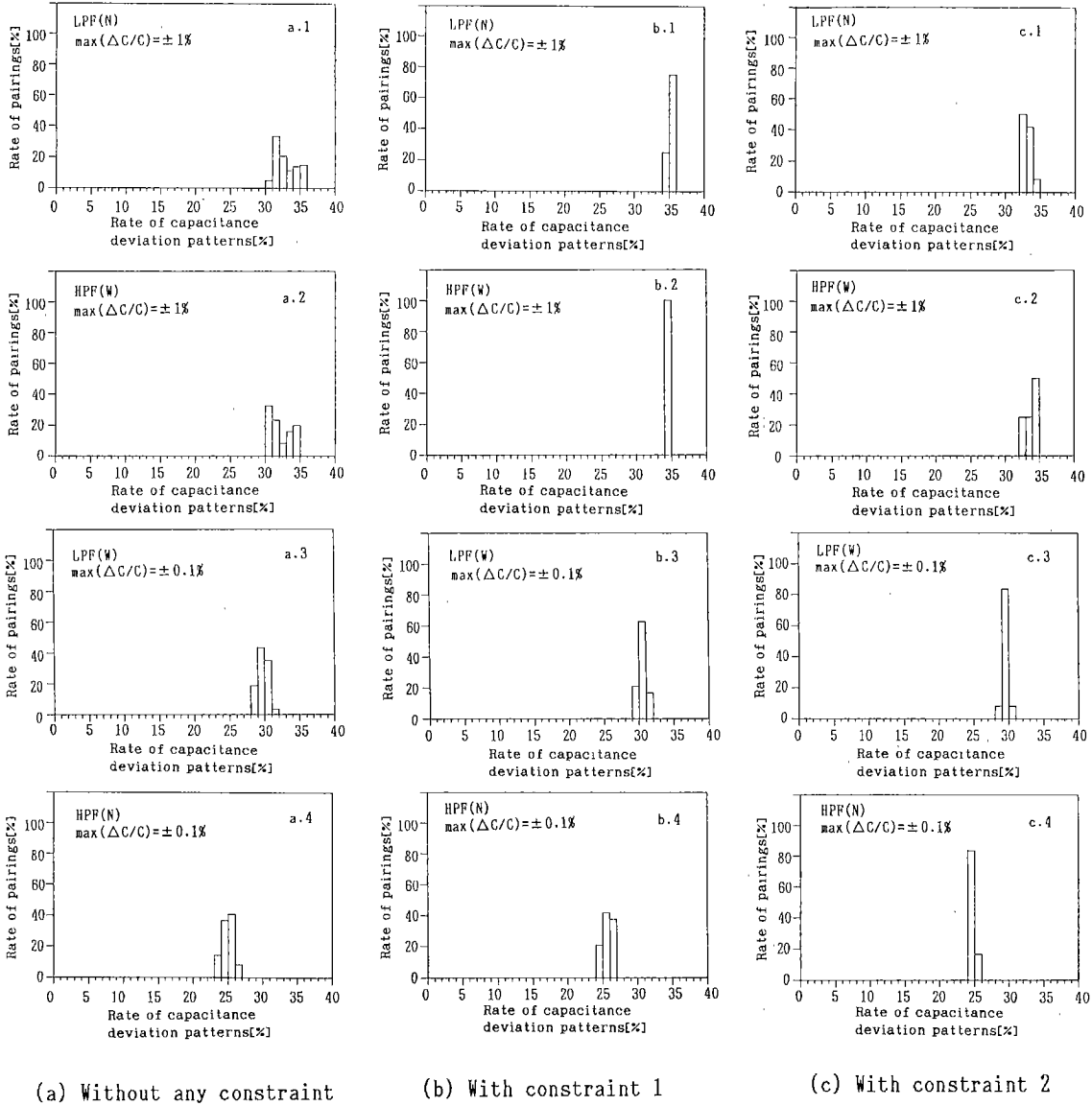


図 5 カットオフ周波数における素子感度の確率分布
Fig. 5 Probability distributions of sensitivity at cut-off frequency (Amplitude deviation is within $\pm 10\%$).

認できる。

図4(b)の制約条件2は Q の高い極D6とD5に対して、最も近い零点N6, N5と組み合わせ、残りの零点と極は任意に組み合わせるものである。それらの組合せについて素子感度の確率分布を求めた結果を図5(c)に示す。

制約条件1の場合に比べて、容量変化の割合が高いところに分布する組合せの割合が低くなっている。このことは、4.1で求めた組合せに対する条件は特に Q の高い極に対して有効であることを意味している。実用的には、この組合せ条件をどの極まで適用すべきかという問題がある。この問題はフィルタの特性にも依存し、一般的に方針を求めるのは難しい。

5.5 素子感度と並べ順の関係

組合せを固定して、2次回路の並べ順を変えて素子感度のシミュレーションを行ったが、素子感度はすべて同じであり、並べ順により素子感度が変化しないことが確認できた。

5.6 最適な組合せ/並べ順の探索

本論文では、素子感度を最小化する組合せ条件と、並べ順により素子感度が変化しないことを明らかにした。これらの条件を用いることにより、素子感度を最小にする組合せ/並べ順を求めるための探索回数は大幅に低減できる。例えば、11次のフィルタでは制約条件1により組合せが24通りに低減できる。

5.7 素子感度とカットオフ周波数の関係

縦続形SCフィルタの素子感度はカットオフ周波数に比例して大きくなることを4.3で示した。本章のシミュレーションでこのことを調べる。図5でLPF(W)とHPF(N)は各々LPF(N)とHPF(W)に比べてカットオフ周波数は高い。容量変化は後者が $\pm 1\%$ であるのに対して、前者は $\pm 0.1\%$ と低く設定してある。にもかかわらず、確率分布では前者の方が少し低くなっており、素子感度が高いことがわかる。

6. むすび

縦続形SCフィルタにおける零点と極の組合せ/並べ順と素子感度の関係について検討し、以下のことを明らかにした。(1) Q の高い極に対して、これに最も近い零点を組み合わせることにより、素子感度が低減できる。(2)2次回路の並べ順により素子感度は変化しない。(3)カットオフ周波数に比例して素子感度が高くなる。具体的には、11次のLPFとHPFを用いて素子感度のシミュレーションを行い、上記の結果を確

認した。

今後は素子感度、総容量および出力雑音を同時に考慮する最適な組合せ/並べ順について検討する予定である。

謝辞 日ごろ御指導頂く松浦弘毅教授、武部幹教授、ならびに御討論頂いた当研究室の学生諸氏に深謝致します。

文 献

- (1) Nakayama K. and Kuraishi Y.: "Present and future applications of switched-capacitor circuits", IEEE, Circuits and Devices Magazine, pp. 10-21 (1987-09).
- (2) 中山謙二: "SC回路網の設計と応用", 東海大学出版会 (1985).
- (3) Lee M. S. and Chang C.: "Switched-capacitor filters using the LDI and bilinear transformations", IEEE Trans. Circuits & Syst., CAS-28, 4, pp. 265-270 (1981).
- (4) Lee M. S., Temes G. C., Chang C. and Ghaderi B.: "Bilinear Switched-capacitor ladder filters", IEEE Trans. Circuits & Syst., CAS-28, 8, pp. 811-822 (1981).
- (5) 馬 志強, 中山謙二, 山本外史: "SCフィルタの縦続構成における総容量の最小化手法", 信学論(A), J73-A, 4, pp. 759-768 (1990-04).
- (6) 馬 志強, 中山謙二, 山本外史: "縦続形SCフィルタにおける出力雑音の最小化方法", 信学論(A), J73-A, 10, pp. 1601-1609 (1990-10).
- (7) Xuexiang C., Cai X., Sánchez-Sinencio E. and Geiger R. L.: "Pole-zero pairing strategy for area and sensitivity reduction in cascade SC filters", Proc. IEEE ISCAS '86, pp. 609-611 (1986).
- (8) Martin K. and Sedra A. S.: "Stray-insensitive switched-capacitor filters based on the bilinear z -transform", Electron Lett., Sol. 19, 6, pp. 365-366 (1979).
- (9) Fleisher P. E. and Laker K. R.: "A family of active switched capacitor biquad building blocks", Bell Syst. Tech. J., 58, 12, pp. 2235-2268 (1979).

(平成2年11月19日受付)



馬 志強

1975 中国中南鉱冶学院・自動制御卒。同年中国湖南マイクロ波通信会社に入社。1979 中南鉱冶学院大学院修士課程入学。1982 同大学院修士課程了。同年同学院講師。1986~1987 福井工業大学外国人研究員。1988 金沢大・大学院自然科学研究科(博士課程)に入学、現在に至る。SCフィルタの最適設計、能動RC回路合成などの研究に従事。



中山 謙二

昭 46 東工大・工・電子卒，昭 46～47 同
大研究生，昭 58 工博(東工大)，昭 47 日本
電気(株)入社。伝送通信事業部およびC&
Cシステム研究所勤務。昭 63 金沢大・工・
電気情報工学科助教授。平 2 同教授となり

現在に至る。通信用各種フィルタの設計論，
デジタル信号処理，適応信号処理，ニューラルネットなどの
研究に従事。昭 62 年 9 月 IEEE Circuits & Devices Mag.論文
賞受賞。著書「SC 回路網の設計と応用」(東海大学出版会)ほ
か，IEEE シニア会員。



山本 外史

昭 25 名大・工・電気卒。昭 32 金沢大・
工・電気科講師。昭 35 同大助教授。昭 39 同
大電子工学科教授。昭 60 同大電気・情報工
学科教授。平 2 金沢工大・情報工学科教授，
現在に至る。電子回路素子シミュレーショ
ンの研究に従事。著書「電子回路 I・II」

(朝倉書店)。「パルスとデジタル回路」(理工学社)。工博。